การแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาพหุนามกำลังสอง

Solving Economic Dispatch via Primal-Dual Interior Point Method for Quadratic Programming

ปริญญา อุทัยทัศน์ และ เล็ก หล่อสมฤดี

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีจุดภายในสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสอง เพื่อแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดที่คำนึงถึงเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อนเพียงอย่างเดียวตลอดจนพิจารณาค่ากำลังไฟฟ้าสูญเสียเนื่องจากสายส่งด้วย ซึ่งชนิดของวิธีจุดภายในที่เลือกใช้ คือ วิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัล วิธีจุดภายในที่นำเสนอนี้มีความเหมาะสมกับปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดที่มีลักษณะแบบพหุนามกำลังสอง โดยพิจารณากรณีศึกษา 3 กรณีเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธีเชิงพันธุกรรม จากผลการทดลองแก้ปัญหาด้วยวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลที่นำเสนอกับทั้ง 3 กรณีศึกษา พบว่าได้คำตอบใกล้เคียงกัน

Abstract

This paper proposes an interior point method for solving quadratic programming in economic dispatch problem considering only thermal units and including transmission losses. The used interior point method is the primal-dual interior point method. This method is appropriate for quadratic characteristic of economic dispatch problems. Three case studies are considered and the performances are compared with genetic algorithms. The experimental results show that the proposed method yields good results.

1. บทนำ

การผลิตกำลังไฟฟ้าที่คำนึงถึงหลักการทางเศรษฐศาสตร์หรือที่นิยมเรียกกันว่า ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด มีวัตถุประสงค์หลักในการแก้ปัญหากล่าวคือ ทำอย่างไรให้ต้นทุนการผลิตกำลังไฟฟ้ามีราคาต่ำที่สุด ขณะที่โหลดได้รับกำลังไฟฟ้าเพียงพอกับความต้องการ ซึ่งต้นทุนในการผลิตกำลังไฟฟ้าคำนวณได้จากราคาเชื้อเพลิงรวมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องที่ทำการผลิตกำลังไฟฟ้านั่นเอง ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดในบทความวิจัยฉบับนี้มีลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสอง (Quadratic programming) โดยปกติการแก้ปัญหาลักษณะดังกล่าวสามารถกระทำได้ 2 แนวทางได้แก่ แนวทางที่ 1 แก้ปัญหาแบบตรงไปตรงมาด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์แบบไม่เป็นเชิงเส้น(Nonlinear programming) ดังบทความวิจัย [10-11] นำเสนอวิธีการหาคำตอบแบบสุ่ม (Stochastic optimization techniques) ที่เรียกว่า วิธีเชิงพันธุกรรมในการแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด แนวทางที่ 2 การ

* นักศึกษาระดับปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
** ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

แก้ปัญหาทางอ้อมด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์แบบเชิงเส้น (Linear programming) [1-3] โดยงานวิจัย [1] เป็นการประยุกต์ใช้วิธีจุดภายในสำหรับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นในการแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด ซึ่งคำตอบในการแก้ปัญหาอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ แต่ขั้นตอนการคำนวณจะยุ่งยากอันเนื่องมาจากต้องประยุกต์ใช้ฟังก์ชันส่วนของเส้นตรง (Picewise linear functions) เพื่อสร้างฟังก์ชันเป้าหมายให้ใกล้เคียงรูปฟังก์ชันพหุนามกำลังสอง จากการศึกษาวิจัยคณะผู้วิจัยพบว่าวิธีการดังกล่าวยังสามารถวิจัยพัฒนาให้แก้ปัญหาในลักษณะแนวทางแรกได้ด้วยวิธีจุดภายในสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสองที่เรียกว่าวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัล [4-7]

บทความวิจัยฉบับนี้นำเสนอวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสอง ในการแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดเปรียบเทียบการคำนวณกับวิธีเชิงพันธุกรรม ในหัวข้อที่ 2 กล่าวถึงปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด และวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัล หัวข้อที่ 3 เป็นการประยุกต์ใช้วิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด หัวข้อที่ 4 การประยุกต์ใช้วิธีเชิงพันธุกรรมแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด หัวข้อที่ 5 จ่ายโหลด ผลทดลองกับกรณีศึกษา 3 กรณี ดังต่อไปนี้ กรณีศึกษาที่ 1 ประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 5 เครื่อง จ่ายโหลดโดยไม่คำนึงถึงค่ากำลังไฟฟ้าสูญเสียเนื่องจากสายส่ง กรณีศึกษาที่ 2 และ 3 เป็นระบบไฟฟ้าทดสอบ IEEE 14 บัส และ IEEE 30 บัส โดยกรณีศึกษาที่ 2 กับกรณีศึกษาที่ 3 ประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 3 เครื่อง จ่ายโหลดโดยพิจารณากำลังไฟฟ้าสูญเสียจากสายส่ง หัวข้อที่ 6 สรุปผล

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด

ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดมีเป้าหมายให้ต้นทุนการผลิตกำลังไฟฟ้ามีค่าต่ำที่สุด ซึ่งต้นทุนในการผลิตกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดแต่ละเครื่องจะมีค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันราคาเชื้อเพลิงที่แตกต่างกันซึ่งสามารถสร้างเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ [2]

$$Min \qquad z = \sum_{i=1}^{N} F_i(P_i) \tag{1}$$

$$F_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i \tag{2}$$

สมการที่ (1) แทนฟังก์ชันเป้าหมาย (Objective function) ที่ต้องการหาค่าราคาต้นทุนเชื้อเพลิงรวมที่ต่ำที่สุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ต่ออยู่กับระบบไฟฟ้า ฟังก์ชันราคาเชื้อเพลิงที่ใช้ในบทความวิจัยนี้เป็นสมการคณิตศาสตร์แบบพหุนามกำลังสองดังแสดงในสมการที่ (2) โดยมีเงื่อนไขบังคับว่ากำลังไฟฟ้าที่ผลิตออกมานั้นจะต้องมีค่าเท่ากับกำลังไฟฟ้าที่โหลดต้องการรวมกับกำลังไฟฟ้าที่สูญเสียจากสายส่ง ตลอดจนคำนึงถึงขีดจำกัดกำลังการผลิตต่ำสุดและสูงสุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง ดังสมการที่ (3) และ (4)

$$\sum_{i=1}^{N} (P_i) - P_{load} - P_{loss} = 0 \tag{3}$$

$$P_{i,\min} \le P_i \le P_{i,\max} \tag{4}$$

กำลังไฟฟ้าที่สูญเสียอันเนื่องมาจากสายส่งสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (5) [3]

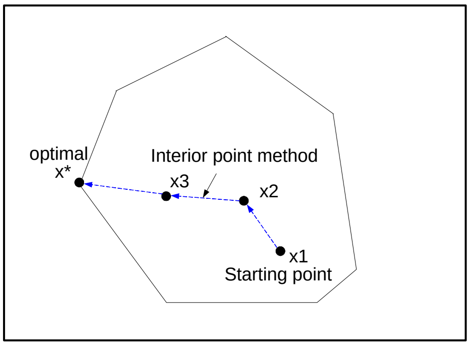
$$P_{loss} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} P_i B_{ij} P_j + \sum_{i=1}^{N} B_{0i} P_i + B_{00} \qquad (5)$$

เมื่อ

$F_i(P_i)$	คือ	ฟังก์ชันราคาเชื้อเพลิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i, ($/hour)
a_i, b_i, c_i	คือ	สัมประสิทธิ์ราคาเชื้อเพลิงเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i
P_i	คือ	กำลังการผลิตไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i,(MW)
P_{load}	คือ	กำลังไฟฟ้าที่โหลดต้องการ,(MW)
P_{loss}	คือ	กำลังไฟฟ้าสูญเสียเนื่องจากสายส่ง, (MW)
$P_{i,\min}$	คือ	กำลังผลิตต่ำสุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i,(MW)
$P_{i,\max}$	คือ	กำลังผลิตสูงสุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องที่ i,(MW)
B_{ij}	คือ	สมาชิกตัวที่ ij ของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ความสูญเสีย
B_{i0}	คือ	สมาชิกตัวที่ i ของเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ความสูญเสีย
B_{00}	คือ	ค่าคงที่ของสัมประสิทธิ์ความสูญเสีย

2.2 วิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัล

วิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสอง (Primal-Dual Interior Point Method for Quadratic Programming) ที่นำเสนอนี้มีหลักการพื้นฐานมาจากวิธีจุดภายในสำหรับปัญหาแบบเชิงเส้น ที่ยังคงอาศัยหลักการหาคำตอบจากรูปแบบทางเดินของการทำซ้ำภายในโดเมนคำตอบรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นไปได้ ซึ่งจากพฤติกรรมดังกล่าวจึงนำมาใช้เรียกชื่อวิธีนั่นเอง รูปที่ 1 แสดงรูปแบบทางเดินของการทำซ้ำของวิธีจุดภายใน



รูปที่ 1 รูปแบบทางเดินของการทำซ้ำของวิธีจุดภายใน

วิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลที่ใช้แก้ปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสอง ที่มีเงื่อนไขแบบเชิงเส้นยังคงอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างวิธีจุดภายในสเกลสอดคล้อง (Affine scaling interior point method) กับ ทฤษฎีดูอัล (Dual theory) อยู่ [4-7] ฟังก์ชันเป้าหมายและเงื่อนไขบังคับของปัญหาพรีมัลและปัญหาดูอัลเขียนได้ดังสมการ (6)-(7) และ (8)-(9) ตามลำดับ

ปัญหาพรีมัล Minimize $\frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x}+\mathbf{c}^T\mathbf{x}$ (6)

s.t. $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$, $\mathbf{x}\geq\mathbf{0}$ (7)

ปัญหาดูอัล Maximize $-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x}+\mathbf{b}^T\mathbf{w}$ (8)

s.t. $-\mathbf{Qx}+\mathbf{A}^T\mathbf{w}\leq\mathbf{c}$, $\mathbf{w}\geq\mathbf{0}$ (9)

ทำการแปลงเครื่องหมาย ≤ ให้กลายเป็นเครื่องหมาย = กระทำได้โดยเพิ่มตัวแปรอยู่เฉย (Slack variable) ดังในสมการที่ (10)

$-\mathbf{Qx}+\mathbf{A}^T\mathbf{w}+\mathbf{s}=\mathbf{c}$, $\mathbf{s}\geq\mathbf{0},\mathbf{w}$ ไม่จำกัดเครื่องหมาย (10)

เมื่อ $\mathbf{x}$ คือ เวกเตอร์ตัวแปรพรีมัลขนาด $n\times1$, n หมายถึง จำนวนตัวแปร

$\mathbf{w}$ คือ เวกเตอร์ตัวแปรดูอัลขนาด $m\times1$, m หมายถึง จำนวนเงื่อนไข

$\mathbf{s}$ คือ เวกเตอร์ตัวแปรอยู่เฉยขนาด $n\times1$, n หมายถึง จำนวนตัวแปร

วิธีจุดภายในแบบพรีมัล-ดูอัลมีขั้นตอนดังนี้ เริ่มแรกกำหนดจุดเริ่มต้นของตัวแปรพรีมัลและตัวแปรดูอัลให้สอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (7) และสมการที่ (10) ตามลำดับ โดยสมการที่ใช้คำนวณหาจุดเริ่มต้นของตัวแปรได้จาก [12] จากนั้นคำนวณหาทิศทางในการเคลื่อนที่ด้วยวิธีการทำซ้ำนิวตัน (Newton’s Method) อาศัยสมการเงื่อนไขของ Karush-Kuhn-Tucker ใช้ตรวจสอบคำตอบของตัวแปรพรีมัลและตัวแปรดูอัลว่าเป็นคำตอบที่เป็นไปได้หรือไม่ คำนวณดังสมการที่ (11) และ (12)ตลอดจนสามารถตรวจสอบการลู่เข้าสู่คำตอบที่ดีที่สุดด้วยสมการที่ (13)

$\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$, $\mathbf{x}\geq\mathbf{0}$ (Primal feasibility) (11)

$-\mathbf{Qx}+\mathbf{A}^T\mathbf{w}+\mathbf{s}=\mathbf{c}$, $\mathbf{s}\geq\mathbf{0}$ (Dual feasibility) (12)

$\mathbf{XSe}=\mu\mathbf{e}$ (Complementary slackness) (13)

เมื่อตัวแปร $\mathbf{e}$ แทนเวกเตอร์ที่สมาชิกทุกตัวมีค่าเท่ากับหนึ่งมีขนาด $n\times1$ และตัวแปร $\mathbf{X},\mathbf{S}$ แทนเมตริกซ์เส้นทะแยงมุมของเวกเตอร์ $\mathbf{x},\mathbf{s}$ ตามลำดับดังนี้

$$\mathbf{X}=\begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & x_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{S}=\begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & s_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

ส่วนค่า μ คำนวณได้จากสมการที่ (16) แทนครั้งในการทำซ้ำด้วยตัวแปร k

$$\mu^k=\frac{\mathbf{x}^k_{1\times n}\times\mathbf{s}^k_{n\times1}}{n} \quad (16)$$

นำสมการที่ (11)-(13) มาคำนวณหาทิศทางในการเคลื่อนที่ของคำตอบด้วยวิธีการทำซ้ำนิวตัน(Newton's Method) ได้ดังสมการที่ (17)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-Q} & \mathbf{A^T} & \mathbf{I} \\ \mathbf{S}_k & \mathbf{0} & \mathbf{X}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x}^k \\ \Delta\mathbf{w}^k \\ \Delta\mathbf{s}^k \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{x}^k - \mathbf{b} \\ -\mathbf{Q}\mathbf{x}^k + \mathbf{A}^T\mathbf{w}^k + \mathbf{s}^k - \mathbf{c} \\ \mathbf{X}_k\mathbf{S}_k\mathbf{e} - \mu^k\mathbf{e} \end{bmatrix} \qquad (17)$$

เพื่อให้สะดวกในการแก้สมการที่ (17) จึงกำหนดนิพจน์ทางขวาของสมการให้เป็นตัวย่อใหม่ คือ $\mathbf{t}^k, \mathbf{u}^k$ และ $\mathbf{v}^k$ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-Q} & \mathbf{A^T} & \mathbf{I} \\ \mathbf{S}_k & \mathbf{0} & \mathbf{X}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x}^k \\ \Delta\mathbf{w}^k \\ \Delta\mathbf{s}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}^k \\ \mathbf{u}^k \\ \mathbf{v}^k \end{bmatrix} \qquad (18)$$

แก้สมการที่ (18) เพื่อคำนวณหาทิศทางในการเคลื่อนที่ $\Delta\mathbf{w}^k, \Delta\mathbf{x}^k, \Delta\mathbf{s}^k$ ดังนี้

$$\Delta\mathbf{w}^k = \frac{\left[\mathbf{A}\left(\mathbf{S}_k + \mathbf{X}_k\mathbf{Q}\right)^{-1}\left(\mathbf{X}_k u^k - \mathbf{v}^k\right) + \mathbf{t}^k\right]}{\left[\mathbf{A}\left(\mathbf{S}_k + \mathbf{X}_k\mathbf{Q}\right)^{-1}\mathbf{X}_k\mathbf{A}^T\right]} \qquad (19)$$

$$\Delta\mathbf{x}^k = \left(\mathbf{S}_k + \mathbf{X}_k\mathbf{Q}\right)^{-1}\left[\mathbf{X}_k\left(\mathbf{A}^T\Delta\mathbf{w}^k - u^k\right) + \mathbf{v}^k\right] \qquad (20)$$

$$\Delta\mathbf{s}^k = \mathbf{X}_k^{-1}\left(\mathbf{v}^k - \mathbf{S}_k\Delta\mathbf{x}^k\right) \qquad (21)$$

ต่อไปเป็นการหาค่าตัวแปร α^k หรือที่เรียกว่าระยะก้าว (Step lengths) ซึ่งเป็นตัวเร่งการลู่เข้าสู่คำตอบ

$$\alpha_P^k = \min\left(-x_j^k / \Delta x_j^k\right) \mid \Delta x_j^k < 0 \qquad (22)$$

$$\alpha_D^k = \min\left(-s_j^k / \Delta s_j^k\right) \mid \Delta s_j^k < 0 \qquad (23)$$

$$\alpha_{\max}^k = \min\left(\alpha_P^k, \alpha_D^k\right) \qquad (24)$$

$$\alpha^k = 0.99999\alpha_{\max}^k \qquad (25)$$

ปรับปรุงเวกเตอร์คำตอบของตัวแปรพรีมัลและดูอัล ในการทำซ้ำครั้งที่ $k+1$

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha^k\Delta\mathbf{x}^k \qquad (26)$$

$$\mathbf{w}^{k+1} = \mathbf{w}^k + \alpha^k\Delta\mathbf{w}^k \qquad (27)$$

$$\mathbf{s}^{k+1} = \mathbf{s}^k + \alpha^k\Delta\mathbf{s}^k \qquad (28)$$

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการคำนวณด้วยวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลโดยหาค่าน้อยที่สุดของฟังก์ชันเป้าหมาย

$$\text{Minimize } 2x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_3^2 + x_1 + 2x_2 - 3x_3 \tag{29}$$

s.t. $x_1 + x_2 = 5$

$$x_2 + x_3 = 10 \text{ เมื่อ } x_1, x_2, x_3 > 0 \tag{30}$$

จากฟังก์ชันเป้าหมายในสมการที่ (29) ต้องกำหนดเวกเตอร์และเมตริกซ์ดังต่อไปนี้ $\mathbf{x}, \mathbf{Q}, \mathbf{c}$ และ $\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{w}, \mathbf{s}$ เพื่อใช้สร้างรูปแบบในสมการที่ (6)-(8) และ (10) ดังนี้

$$\mathbf{x}^k = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T \tag{31}$$

$$\mathbf{Q}^k = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \tag{32}$$

$$\mathbf{c}^k = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}^T \tag{33}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{34}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 & 10 \end{bmatrix}^T \tag{35}$$

$$\mathbf{w}^k = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \end{bmatrix}^T \tag{36}$$

$$\mathbf{s}^k = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \end{bmatrix}^T \tag{37}$$

เริ่มขั้นตอนการทำซ้ำครั้งที่ 1 (k=1) สิ่งแรกที่จำเป็นจะต้องคำนวณคือ ค่าของเวกเตอร์ตัวแปรพรีมัล $\mathbf{x}^1$ และเวกเตอร์ตัวแปรดูอัล $\mathbf{w}^1, \mathbf{s}^1$ เพื่อใช้เป็นจุดเริ่มต้นซึ่งคำนวณได้จากสมการที่ (38)-(45) [12]

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \left(\mathbf{A}\mathbf{A}^T\right)^{-1} \mathbf{b} \tag{38}$$

$$\tilde{\mathbf{w}} = \left(\mathbf{A}\mathbf{A}^T\right)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{c} \tag{39}$$

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{c} - \mathbf{A}^T \tilde{\mathbf{w}} \tag{40}$$

$$\delta_x = \max\left(-1.5 * \min\{\tilde{\mathbf{x}}_i\}, \mathbf{0}\right) \tag{41}$$

$$\delta_s = \max\left(-1.5 * \min\{\tilde{\mathbf{s}}_i\}, \mathbf{0}\right) \tag{42}$$

$$\tilde{\delta}_x = \delta_x + 0.5 * \frac{\left(\tilde{\mathbf{x}} + \delta_x \mathbf{e}\right)^T \left(\tilde{\mathbf{s}} + \delta_s \mathbf{e}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \left(\tilde{\mathbf{s}} + \delta_s\right)} \tag{43}$$

$$\tilde{\delta}_s = \delta_s + 0.5 * \frac{(\tilde{\mathbf{x}} + \delta_x \mathbf{e})^T (\tilde{\mathbf{s}} + \delta_s \mathbf{e})}{\sum_{i=1}^{n} (\tilde{\mathbf{x}} + \delta_x)} \quad (44)$$

$$\mathbf{w}^1 = \tilde{\mathbf{w}}, s_i^1 = \tilde{s}_i + \tilde{\delta}_s, x_i^1 = \tilde{x}_i + \tilde{\delta}_x, i = 1,...,3 \quad (45)$$

ดังนั้นจุดเริ่มต้นของเวกเตอร์ตัวแปรพรีมัลและเวกเตอร์ตัวแปรดูอัลที่ได้จากการคำนวณตามสมการดังที่กล่าว จึงมีค่าดังต่อไปนี้

$$\mathbf{x}^1 = \begin{bmatrix} 2.1429 & 7.1429 & 7.1429 \end{bmatrix}^T \quad (46)$$

$$\mathbf{w}^1 = \begin{bmatrix} 2.3333 & -1.6667 \end{bmatrix}^T \quad (47)$$

$$\mathbf{s}^1 = \begin{bmatrix} 1.6667 & 4.3333 & 1.6667 \end{bmatrix}^T \quad (48)$$

คำนวณหาค่าเมตริกซ์เส้นทะแยงมุม $\mathbf{X}^1, \mathbf{S}^1$ และค่าเวกเตอร์ $\mathbf{t}^1, \mathbf{u}^1, \mathbf{v}^1$ ได้ดังนี้

$$\mathbf{X}^1 = \begin{bmatrix} 2.1429 & 0 & 0 \\ 0 & 7.1429 & 0 \\ 0 & 0 & 7.1429 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\mathbf{S}^1 = \begin{bmatrix} 1.6667 & 0 & 0 \\ 0 & 4.3333 & 0 \\ 0 & 0 & 1.6667 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\mathbf{t}^1 = \begin{bmatrix} -4.2857 & -4.2857 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\mathbf{u}^1 = \begin{bmatrix} 5.5714 & 39.8571 & 68.4286 \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$\mathbf{v}^1 = \begin{bmatrix} -2.0238 & -29.4048 & -10.3571 \end{bmatrix} \quad (53)$$

ใช้ค่าจากสมการที่ (49)-(53) คำนวณหาค่าเวกเตอร์ทิศทางของตัวแปรดูอัลและเวกเตอร์ทิศทางของตัวแปรพรีมัล $\Delta\mathbf{w}^1, \Delta\mathbf{x}^1, \Delta\mathbf{s}^1$ ดังสมการที่(54)-(56)

$$\Delta\mathbf{w}^1 = \begin{bmatrix} -6.9072 & 41.1281 \end{bmatrix}^T \quad (54)$$

$$\Delta\mathbf{x}^1 = \begin{bmatrix} -2.8095 & -1.4762 & -2.8095 \end{bmatrix}^T \quad (55)$$

$$\Delta\mathbf{s}^1 = \begin{bmatrix} 1.2407 & -3.2211 & -0.7945 \end{bmatrix}^T \quad (56)$$

คำนวณค่าระยะก้าวของเวกเตอร์ตัวแปรพรีมัล α_P^1 และระยะก้าวของเวกเตอร์ตัวแปรดูอัล α_D^1 จากสมการที่ (22)-(23)

$\alpha_P^1 = 0.7627$ (57)

$\alpha_D^1 = 1.3453$ (58)

เปรียบเทียบระยะก้าวของ α_P^1 และ α_D^1 ดังสมการที่ (24) เพื่อคำนวณหาค่าระยะก้าวที่ไกลที่สุดที่เป็นไปได้

$\alpha_{\max}^1 = 0.7627$ (59)

ระยะก้าวที่แท้จริงคำนวณได้จากสมการที่ (25)

$\alpha^k = 0.99999 \times 0.7627 = 0.7626$ (60)

เวกเตอร์ตัวแปรพรีมัลและเวกเตอร์ตัวแปรดูอัลใหม่ คำนวณได้จากสมการที่ (26)-(28) ได้คำตอบดังสมการที่ (61)-(63)

$\mathbf{x}^2 = \mathbf{x}^1 + \alpha^1 \Delta \mathbf{x}^1 = \begin{bmatrix} 0.0000 & 6.0169 & 5.0000 \end{bmatrix}^T$ (61)

$\mathbf{w}^2 = \mathbf{w}^1 + \alpha^1 \Delta \mathbf{w}^1 = \begin{bmatrix} -2.9349 & 29.7023 \end{bmatrix}^T$ (62)

$\mathbf{s}^2 = \mathbf{s}^1 + \alpha^1 \Delta \mathbf{s}^1 = \begin{bmatrix} 2.6130 & 1.8766 & 1.0607 \end{bmatrix}^T$ (63)

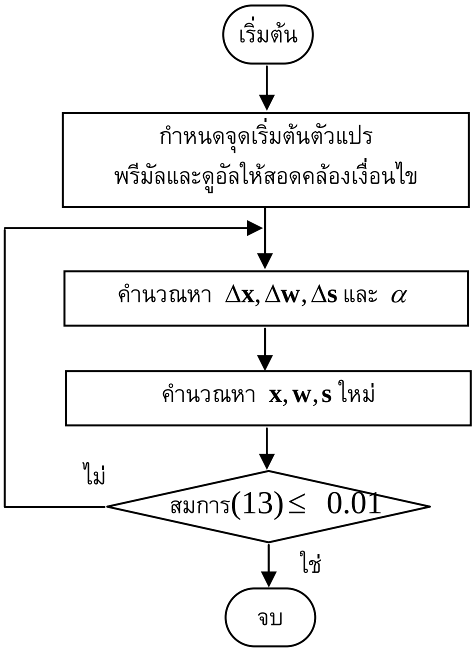
กำหนดให้ k = k+1 ทำซ้ำการกระทำเดิมจะได้ค่าคำตอบเวกเตอร์ตัวแปรพรีมัลมีค่าเท่ากับ $\mathbf{x}^3 = \begin{bmatrix} 0.2255 & 4.7073 & 5.2255 \end{bmatrix}^T$ เวกเตอร์ตัวแปรดูอัลมีค่าเท่ากับ $\mathbf{w}^3 = \begin{bmatrix} -19.8421 & 50.3282 \end{bmatrix}^T$ และ $\mathbf{s}^3 = \begin{bmatrix} 21.8315 & 0.3825 & 0.0000 \end{bmatrix}^T$ ส่วนการหยุดการทำซ้ำกระทำได้โดยตรวจสอบค่าที่คำนวณได้จากสมการที่ 13 ว่ามีค่าน้อยกว่าค่าผิดพลาดที่ตั้งไว้หรือไม่ซึ่งในบทความวิจัยฉบับนี้กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.01 คำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Global optimal solution) มีค่าเท่ากับ 195 ซึ่งมีค่าเวกเตอร์ตัวแปรพรีมัลและเวกเตอร์ตัวแปรดูอัล ดังนี้

$\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} 0.0000 & 5.0000 & 5.0000 \end{bmatrix}^T$ (64)

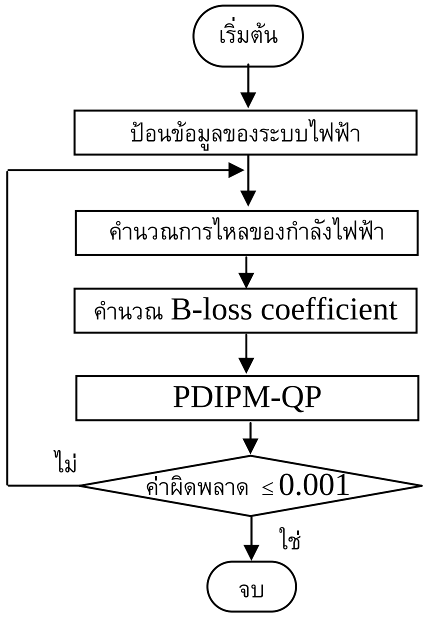
$\mathbf{w}^* = \begin{bmatrix} -15.0000 & 47.0000 \end{bmatrix}^T$ (65)

$\mathbf{s}^* = \begin{bmatrix} 16.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}^T$ (66)

ซึ่งคำตอบดังกล่าวนี้มีค่าคำตอบตรงกับ [4]และตรงกับคำตอบที่คำนวณได้จากการใช้ฟังก์ชัน QUADPROG ของโปรแกรม MATLAB จากการอธิบายขั้นตอนการทำงานที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปเป็นแผนผังการทำงานของวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสอง ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 แผนผังการทำงานวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสอง (PDIPM-QP)



รูปที่ 3 แผนผังการทำงานโปรแกรมการแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดด้วยวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสอง (ED-PDIPM-QP)

3. การแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยวิธีจุดภายใน

วิธีการทำซ้ำแลมดา เป็นวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบไม่เป็นเชิงเส้นวิธีที่หนึ่งที่นิยมใช้แก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด [9] บทความฉบับนี้นำเสนอทางเลือกในการแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดด้วยวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสอง ที่สอดคล้องกับลักษณะทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันเป้าหมายปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดดังสมการที่ (1)-(5) ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมการแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัด (Economic Dispatch using Primal-Dual Interior Point Method for Quadratic Programming: ED-PDIPM-QP) แสดงในรูปที่ 3

ส่วนค่ากำลังไฟฟ้าที่สูญเสียจากสายส่ง คำนวณได้โดยการนำเอาผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมคำนวณการไหลกำลังไฟฟ้า (Power flow) ด้วยวิธีการทำซ้ำนิวตัน [3] มาใช้คำนวณหาB-loss coefficient

4. แก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดด้วยวิธีเชิงพันธุกรรม

วิธีเชิงพันธุกรรม [8] อาศัยวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Global solution) แบบสุ่ม อาศัยทฤษฎีวิวัฒนาการทางธรรมชาติของ Charles Darwin ที่กล่าวว่า ผู้ที่แข็งแกร่งกว่าย่อมมีโอกาสที่จะอยู่รอดมากกว่าผู้ที่อ่อนแอและสามารถถ่ายทอดคุณลักษณะเด่นไปยังลูกหลานรุ่น (offspring) ถัดไป มีขั้นตอนในการทำงานดังนี้

4.1 สร้างประชากร (Population)

4.2 ถอดรหัสโครโมโซม (Decode chromosome)

4.3 คำนวณค่าเป้าหมาย (Objective value)

4.4 หาค่าความแข็งแรง (Fitness)

4.5 สร้างประชากรชุดใหม่จากประชากรชุดปัจจุบัน

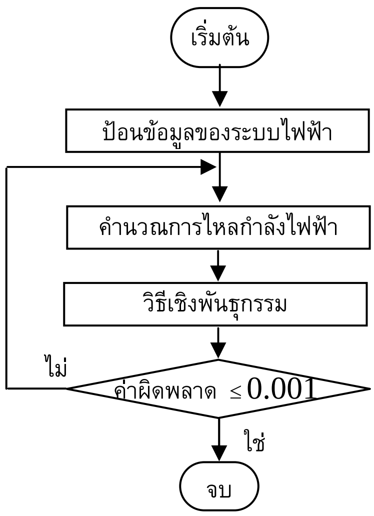
4.5.1 การแลกเปลี่ยนพันธุกรรม (Crossover)

4.5.2 การกลายพันธุ์ (Mutation)

4.6 กลับไปทำข้อ 4.2 ใหม่จนกระทั่งคำตอบที่ได้มีการลู่เข้าหรือการคำนวณสิ้นสุดช่วงอายุที่ตั้งไว้

วิธีเชิงพันธุกรรมที่ใช้เปรียบเทียบกับวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลมีรายละเอียดของกรรมวิธีดังต่อไปนี้

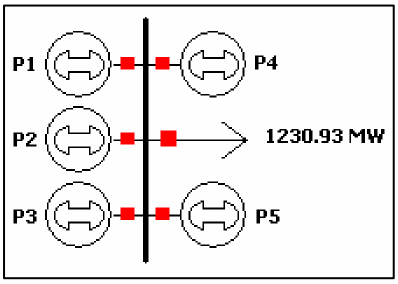
ใช้การเข้ารหัสแบบเลขฐานสองตัวดำเนินการคัดเลือกพันธุ์ (Selection operator) แบบเฟ้นสุ่มสากล (Stochastic universal sampling selection) ตัวดำเนินการสลับสายพันธุ์แบบเอกรูป (Uniform crossover) และเพิ่มตัวดำเนินการเสริมในวิธีเชิงพันธุกรรมเพื่อให้มีประสิทธิภาพที่ดีขึ้น ได้แก่กลยุทธ์คัดแยกส่วนที่ดีที่สุด (Elitist strategy) ตั้งค่าการส่งผ่านสมาชิก (Individual) ไว้ที่ 2 ตัว และใช้การปรับมาตราความแข็งแรง (Fitness scaling) จากการทดสอบพบว่าจำนวนประชากร (Population) ขนาดสมาชิกจำนวน 80 ตัว ความยาวโครโมโซมขนาด 24 บิต ความน่าจะเป็นในการสลับสายพันธุ์ (Crossover probability) มีค่าเท่ากับ 0.9 ความน่าจะเป็นในการกลายพันธุ์ (Mutation probability) มีค่าเท่ากับ 0.01 การสร้างประชากรใหม่ 80 รุ่น ก็เพียงพอในการหาคำตอบที่ถูกต้อง ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมการแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดด้วยวิธีเชิงพันธุกรรม (Economic Dispatch using Genetic Algorithms:ED-GA) แสดงดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 ขั้นตอนการทำงานโปรแกรมการแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดด้วยวิธีเชิงพันธุกรรม (ED-GA)

5. ผลการทดลอง

กรณีศึกษาที่ 1 ระบบไฟฟ้าประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 5 เครื่อง โหลดต้องการกำลังไฟฟ้าขนาด 1230.93 MW [13] แสดงระบบไฟฟ้าดังรูปที่ 5 ส่วนข้อมูลเครื่องกำเนิดมีรายละเอียดดังตารางที่ 1



รูปที่ 5 ระบบไฟฟ้ากรณีศึกษาที่ 1

ตารางที่ 1 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของกรณีศึกษาที่ 1

Gen.	P_{min} (MW)	P_{max} (MW)	a_i	b_i	c_i
1	5	400	0.005	3.89	0
2	0	150	0.005	3.51	0
3	50	300	0.005	3.45	0
4	60	350	0.005	2.85	0
5	60	400	0.005	2.45	0

ตารางที่ 2 แสดงผลทดลองกรณีศึกษาที่ 1 โดยเปรียบเทียบคำตอบระหว่างวิธีจุดภายในจากเอกสารอ้างอิง [13] และวิธีเชิงพันธุกรรม กับวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสองที่นำเสนอ จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าวิธีที่นำเสนอใช้ต้นทุนเชื้อเพลิงในการผลิตกำลังไฟฟ้าถูกที่สุดคือ 5454.39 ($/h)

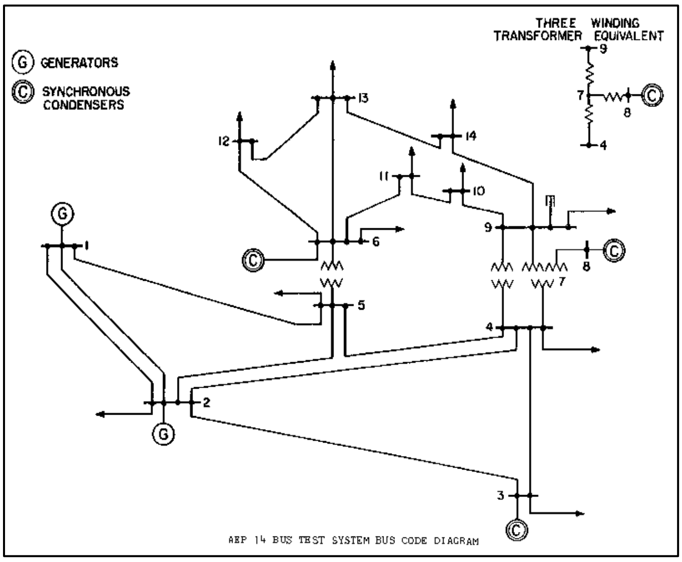
ตารางที่ 2 ผลทดลองเปรียบเทียบกรณีศึกษาที่ 1

P(MW)	อ้างอิง [13]	ED-GA	วิธีที่นำเสนอ
P_1	197.55	202.50	197.23
P_2	147.16	147.65	150
P_3	240.27	245.37	241.23
P_4	301.01	291.09	301.23
P_5	344.94	344.36	341.23
F_T ($/h)	5455.00	5457.20	5454.39

กรณีศึกษาที่ 2 ระบบไฟฟ้าทดสอบ IEEE14 บัส ประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 3 เครื่อง โหลดต้องการกำลังไฟฟ้าขนาด 259 MW [14-15] ตลอดจนพิจารณากำลังไฟฟ้าสูญเสียเนื่องจากสายส่งข้อมูล เครื่องกำเนิดไฟฟ้าแสดงในตารางที่ 3 ส่วนข้อมูลสายส่ง [15] ส่วนระบบไฟฟ้าแสดงในภาคผนวกรูปที่ 6

ตารางที่ 3 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของกรณีศึกษาที่ 2

Gen.	$P_{\min}$ (MW)	$P_{\max}$ (MW)	a_i	b_i	c_i
1	100	250	0.005	2.45	105
2	50	100	0.005	3.51	44.1
3	10	50	0.005	3.89	40.6



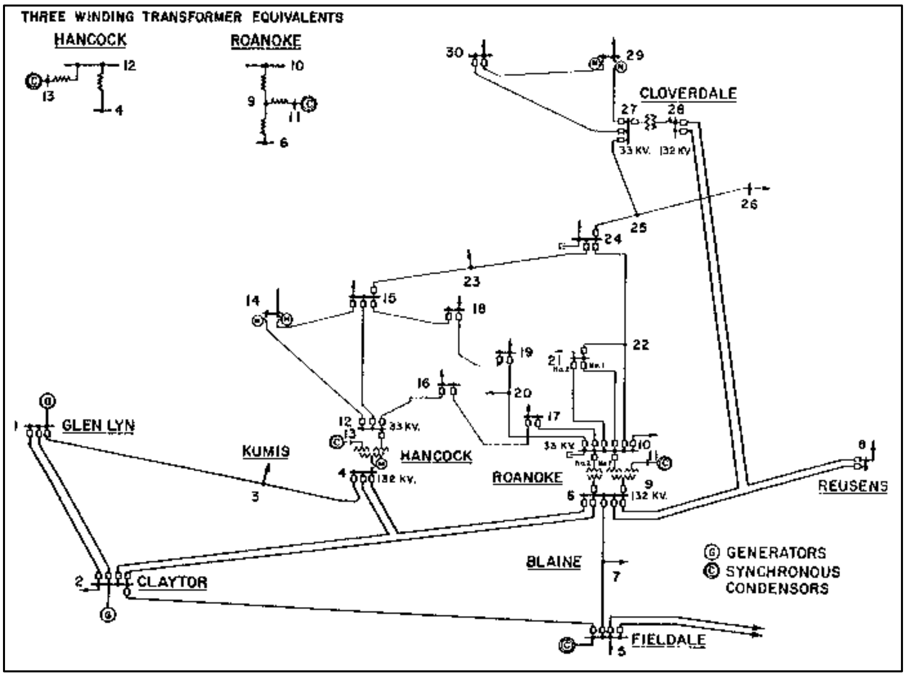
รูปที่ 6 ระบบไฟฟ้าทดสอบ IEEE 14 บัส

ผลการทดลองกรณีศึกษาที่ 2 เปรียบเทียบคำตอบระหว่างวิธีเชิงพันธุกรรมกับวิธีที่นำเสนอปรากฏผลว่าวิธีที่นำเสนอใช้ต้นทุนเชื้อเพลิงในการผลิตกำลังไฟฟ้ามีค่าถูกที่สุดคือ 1132.92 ($/h)

ตารางที่ 4 ผลทดลองเปรียบเทียบกรณีศึกษาที่ 2

P(MW)	ED-GA	วิธีที่นำเสนอ
P_1	172.66	172.66
P_2	66.41	66.58
P_3	28.77	28.58
P_{loss}	8.83	8.84
F_T ($/h)	1132.93	1132.92

กรณีที่ 3 ระบบไฟฟ้าทดสอบ IEEE30 บัสมีลักษณะฟังก์ชันเชื้อเพลิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทั้งหมดเหมือนกับกรณีศึกษาที่ 2 ดังตารางที่ 3 ระบบไฟฟ้ามีโหลดขนาด 283.4 MW [14-15] โดยพิจารณากำลังไฟฟ้าสูญเสียเนื่องจากสายส่ง ส่วนข้อมูลสายส่ง [15] แสดงระบบไฟฟ้าของกรณีศึกษาในภาคผนวกดังรูปที่ 7 ผลการทดลองกรณีศึกษาที่ 3 วิธีที่นำเสนอใช้ต้นทุนเชื้อเพลิงในการผลิตกำลังไฟฟ้ามีค่าถูกที่สุด คือ 1256.98 ($/h)



รูปที่ 7 ระบบไฟฟ้าทดสอบ IEEE 30 บัส

ตารางที่ 5 ผลเปรียบเทียบกรณีศึกษาที่ 3

P(MW)	ED-GA	วิธีที่นำเสนอ
P_1	183.20	182.43
P_2	75.31	76.40
P_3	38.69	38.36
P_{loss}	13.81	13.81
F_T ($/h)	1257.08	1256.98

6. สรุป

วิธีจุดภายในแบบพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาไม่เป็นเชิงเส้นแบบพหุนามกำลังสองที่นำเสนอ มีความสะดวกในการประยุกต์ใช้แก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดมากกว่าวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัลสำหรับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น [1] อันเนื่องมาจากไม่จำเป็นจะต้องประยุกต์ใช้ฟังก์ชันส่วนของเส้นตรง จากการทดลองทั้ง 3 กรณีศึกษา พบว่าวิธีที่นำเสนอสามารถคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้องซึ่งถือว่าเป็นอีกทางเลือกหนึ่งของวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่สามารถประยุกต์ใช้ก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดที่มีฟังก์ชันเป้าหมายแบบพหุนามกำลังสองได้

7. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า และคณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ที่ให้การสนับสนุนงานวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

1. ปริญญา อุทัยทัศน์ และ เล็ก หล่อสมฤดี, ”การแก้ปัญหาการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยวิธีจุดภายใน,” การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 26, หน้า 412-417, 2546.
2. A. J. Wood and B. F. Wollenberg, ”Power generation, operation, and control,” 2nd ed., John Wiley and Sons, New York, 1996.
3. H. Sadat, "Power system analysis," McGraw-Hill, Singapore, 1999.
4. S. C. Fang and S. Puthenpura, "Linear optimization and extensions: theory and algorithms," Prentice-Hall, 1993.
5. S. G. Nash and A. Sofer, "Linear and nonlinear programming," McGraw-Hill, Singapore, 1996.
6. J. A. Momoh, "Electric power system applications of optimization," Marcel Dekker, Switzerland, 2001.
7. S. Wrigth, "Primal-dual interior-point method," siam, 1997.
8. D. E. Goldberg, "Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning," Addison-Wesley, 1989.
9. T. L. Baldwin and E. B. Makram, "Economic dispatch of electric power systems with line losses," System Theory, Proceedings.,Twenty-First Southeastern Symposium ,pp. 13–17, 1989.
10. A. Bakirtzis, V. Petridis, and S. Kazarlis, "Genetic algorithm solution to the economic dispatch problem," IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol. 141, no. 4, pp. 376-382, 1994.
11. H. Ma, A. A. El-Keib, and R. E. Smith, "A genetic algorithm-based approach to economic dispatch of power system," Southeastcon 'Creative Technology Transfer-A Global Affair'., Proceedings of IEEE , pp. 212-216, 1994.
12. S. Mehrotra, "On the implementation of a primal-dual interior point method," Siam Journal on Optimization, vol. 2, 1992.
13. J.A. Momoh, ”Application of Quadratic Interior Point Method to Optimal Power Flow,” Electric Power Research Institute (EPRI), Research Project 3788-01, TR-103635, December 1993.
14. J. Nanda, L. Hari, M.L. Kothari, and J. Henry, ”Extremely fast economic load dispatch algorithm through modified co-ordination equations,” IEE Proc.-c, vol. 139, pp. 39-46, January 1992.
15. L. L. Ferris, A. M. Sasson, ”Investigation of the load-flow problem,” IEE Proc., vol. 115, pp. 1459-1470, 1968.