

การจำลองการถ่ายเทความร้อน ในการไหลที่ปั่นป่วนในช่องขนานที่ติดครีบ

Simulation of Heat Transfer in Turbulent Flow over a Rib in a Channel

ยุทธนา พลอยฉาย* สมิทร์ เอี่ยมสอาด** และ พงษ์เจต พรหมวงศ์***

บทคัดย่อ

บทความฉบับนี้ได้ทำการจำลองการถ่ายเทความร้อนในการไหลที่ปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบ โดย ประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปริมาตร สืบเนื่องร่วมกับแบบจำลองการปั่นป่วน $k - \epsilon$ model ซึ่งอยู่ภายใต้ข้อสมมุติฐานว่าเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ ที่มีการไหลอย่างคงตัวและเป็นปัญหาสองมิติ ผลลัพธ์การ ทำนายรูปร่างของความเร็วได้นำมาเปรียบเทียบกับข้อมูล ผลการทดลอง ซึ่งพบว่าผลการทำนายการใช้ upwind และ hybrid schemes จะทำนายได้ใกล้เคียงเมื่อเทียบกับ QUICK scheme ในทุกๆ ตำแหน่งการไหล

Abstract

The paper deals with the simulation of heat transfer in turbulent flow over a rib in a rectangular channel with the standard $k - \epsilon$ turbulence model. A steady, incompressible, two-dimensional and turbulent flow is assumed throughout the calculation. Computation shows that the predicted results are generally in good agreement with available experimental data. However, use of upwind and hybrid schemes leads to more accurate results than that of QUICK scheme at all selected positions.

1. บทนำ

การศึกษาปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนและการ ถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบนี้ เป็นปัญหาที่ได้รับความสนใจอย่างต่อเนื่อง ซึ่งได้มีการศึกษาโดยวิธีการ ทดลองจริงและการจำลองการไหลโดยใช้แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาพฤติกรรมการไหลที่เกิดขึ้นจริง ได้อย่างถูกต้อง จากประโยชน์ที่ได้รับสามารถนำไป ประยุกต์ใช้กับงานทางวิศวกรรมด้านต่างๆ เช่น การออกแบบช่องระบายความร้อนของใบพัดแก๊สเทอร์ไบน์ การออกแบบการถ่ายเทความร้อนของวงจรรีเลกทรอนิกส์ ภายในคอมพิวเตอร์ และอื่นๆ อีกมากมาย ซึ่งจากการค้นคว้า ได้รวบรวมผลงานวิจัยจากนักวิจัยหลายๆ ท่าน ที่ศึกษาปัญหานี้ในหลายประเทศทั่วโลกดังจะได้กล่าวต่อไป ดัง นี้คือ Liou และ Kao (1988) [1] ได้ทำการศึกษาเชิง ทดลองร่วมกับการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนาน ที่มีครีบซึ่งอยู่ติดกับผนังทั้งสองด้านจำนวน 1 ตำแหน่งโดยใช้โปรแกรม TEACH-2EF code เพื่อหาค่าความเร็วตามแนวแกนและปริมาณความปั่นป่วนโดยการทดลองยังได้ศึกษาผลจากการเปลี่ยนแปลงค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ ความสูงของ

* คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม สถาบันราชภัฏเพชรบุรี

** คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร

*** คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ครึ่งความกว้างของครึ่งและผลของค่าความหนาของบาวตารีเลเยอร์ ซึ่งผลจากการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรต่างๆ มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมของของไหลที่เกิดขึ้น โดยผลจากการทดลองกับการจำลองการไหลนั้น ปรากฏว่ามีความถูกต้องและสอดคล้องกันดี

ต่อมา Liou และ Hwang (1994) [2] ได้ทำการ ทดลองเพื่อศึกษาการไหลและการถ่ายเทความร้อนภายในช่องขนานที่มีครึ่งซึ่งได้เจาะรูพุนไว้บริเวณครึ่ง การศึกษากระทำโดยเพิ่มพื้นที่ในการถ่ายเทความร้อน และใช้เครื่อง Laser holographic interferometry (LHI) สำหรับการวัดอัตราการถ่ายเทความร้อน ต่อมา Hwang (1998) [3] ได้ทำการศึกษาเพิ่มเติมโดยเจาะช่องการไหล (slot) ภายในครึ่ง ซึ่งพบว่า ผลดังกล่าวช่วยในการเพิ่ม ประสิทธิภาพในการถ่ายเทความร้อน Liou และ Wang (1995) [4] ได้เพิ่มกรณีการศึกษาโดยให้การไหลเป็นแบบ

periodic เพื่อทำนายการถ่ายเทความร้อนโดยใช้ LHI ซึ่งตัววัดอุณหภูมิที่เลือกนำมาใช้เป็นแบบ T type และ ในงานวิจัยนี้ยังได้เคลื่อนตำแหน่งการวางครึ่งห่างจาก ผนังเพิ่มขึ้น ในปีเดียวกัน Liou และคณะ (1995) [5] ได้ทำการศึกษาเพิ่มเติม โดยในการทดลองครั้งนี้ ได้ศึกษา ผลของการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนช่องว่างระหว่างครึ่งกับ ผนัง เรย์โนลด์นัมเบอร์ อัตราการถ่ายเทความร้อน และค่าตัวประกอบเสียดทานในช่องขนานที่มีครึ่ง พิจารณา การวางครึ่งเพียงด้านเดียว โดยการไหลที่นำมาใช้เป็นแบบ periodic เช่นเดิม Han และ Park (1988) [6] ทำการ ปรับมุมการวางครึ่ง และอัตราส่วนความสูงต่อขนาดท่อ เพื่อศึกษาผลกระทบต่อค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนภายในท่อสี่เหลี่ยมผืนผ้า และยังศึกษาผลจากการปรับค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ในช่วง 10,000 ถึง 60,000 เมื่อเปลี่ยนค่าองศาการวางครึ่งที่มุม 90, 60, 45 และ 30 องศา ตามลำดับ ในปีเดียวกัน Han และคณะ (1988) [7] และคณะผู้วิจัยได้เพิ่มกรณีศึกษา โดยในงานนี้ได้ศึกษา ผลของการเปลี่ยนขนาดของท่อที่มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์ การถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมหลายขนาดที่มีครึ่ง ติดไว้ที่ผนังทั้งสองข้าง โดยทำการศึกษาในช่วงเรย์โนลด์ นัมเบอร์เท่ากับ 10,000 ถึง 60,000 อัตราส่วนของ ความกว้างต่อความสูงของท่อการไหลเท่ากับ 1/4, 1/2, 1, 2 และ 4 ท่อทดสอบที่ใช้ได้ให้ความร้อนผ่าน stainless steel foil บางๆ ที่ยึดติดกับผนังและครึ่งตลอดท่อทดสอบ Han และคณะ (1988) [8] ทำการทดลองโดยศึกษาผล ของการถ่ายเทมวล โดยปรับมุมของตำแหน่งครึ่ง เท่ากับ 180° ในแนวขวางโดยใช้เทคนิค Naphthalene sublimation โดยทำการศึกษาผลจากการปรับความสูงของครึ่งต่อ hydraulic diameter เท่ากับ 0.063 และ 0.094 ระยะพิชต์ต่อความสูงของครึ่ง เท่ากับ 10 และ 20 ในช่วงเรย์โนลด์นัมเบอร์เท่ากับ 15,000, 30,000 และ 60,000 ตามลำดับ Acharya และคณะ (1998) [9] ได้ทำการทดลองร่วมกับการจำลอง การไหล สำหรับปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครึ่ง จำนวน 1 ตำแหน่ง วางอยู่ติดกับผนังด้านล่าง ภายใต้เงื่อนไขที่ผนังเป็นแบบฟลักซ์ความร้อนที่ผิวท่อคงที่ โดยพิจารณาตั้งแต่ตำแหน่งการไหลผ่านครึ่งไป ซึ่งใช้แบบจำลองความปั่นป่วนทั้งหมด 3 ชนิดดังนี้ คือ standard $k-e$ model, nonlinear $k-e$ model และ algebraic stress model (ASM) รวมทั้งศึกษาผล ของ wall functions ที่เลือกนำมาใช้ทั้งหมด 3 แบบ คือ WF I, WF II และ WF III ซึ่งเป็นของ Launder and Spalding, Chieng and Launder และ Johnson and Launder ตามลำดับ ผลจากการวัดความเร็วโดย LDV รวมทั้งศึกษาผลจากการเปลี่ยนแปลงค่าการกระจาย อุณหภูมิ และค่า Nusselt number โดยผลของ wall functions ของ WF I และ WF II ให้ผลการทำนายค่า Nusselt number ต่ำเกินไป และทำนายการกระจาย อุณหภูมิสูงเกินไป นอกจากนี้ยังพบว่าการทำนายโดยใช้ ASM มีสมรรถนะในการทำนาย การไหล และการถ่ายเท ความร้อนได้ดีที่สุด โดยเฉพาะที่เรย์โนลด์นัมเบอร์สูงๆ

บทความฉบับนี้ได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์ ลักษณะพฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเท ความร้อนในช่องขนานที่มีครึ่ง โดยทำการศึกษาผล ความเป็นอิสระของกริดต่อการทำนาย และศึกษาผลของ numerical schemes ทั้งสามแบบ คือ upwind, hybrid และ Quick schemes ต่อการคำนวณคุณสมบัติการไหล และการถ่ายเทความร้อน

2. สมการทางคณิตศาสตร์

2.1 สมการการไหลแบบปั่นป่วน

การวิเคราะห์การไหลในที่นี้ ภายใต้สมมติฐานที่ว่า การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ มีความหนืด และเป็น การไหลแบบคงที่ ซึ่งจากสมมติฐานดังกล่าวประกอบด้วย สมการอนุรักษ์มวลและสมการอนุรักษ์โมเมนตัมที่เขียน ในรูป tensor คือ

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \quad (2)$$

เมื่อ $\overline{\sigma}_{ij}$ เป็น deviatoric part ของ viscous stress tensor ที่ได้จากความสัมพันธ์ของของไหลแบบ newtonian fluid มีค่าเป็น

$$\overline{\sigma}_{ij} = 2\mu \overline{S}_{ij} \quad (3)$$

โดยที่ ρ เป็นค่าความหนาแน่น u_i เป็นค่าความเร็วเฉลี่ยของของไหล \overline{p} เป็นค่าความดัน μ เป็นค่าความหนืดและ $\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$ เป็นค่า strain tensor ผลจากการทำเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time averaging) ทำให้เทอมของ Reynolds stress $(\tau_{ij}) = \overline{u_i' u_j'}$ เพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นเทอมที่เกิดขึ้นเนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วน และสมการที่มีไม่สามารถหาค่าได้ เนื่องจากจำนวนของตัวแปรมากกว่าสมการ ดังนั้นจึงจำเป็นต้อง อาศัยแบบจำลองความปั่นป่วนมาช่วยในการแก้สมการ ทางคณิตศาสตร์ของการไหลแบบปั่นป่วน

2.2 แบบจำลองความปั่นป่วน

แบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ two equation $k - \epsilon$ turbulence model [10-11] โดยอาศัยแบบจำลองดังกล่าวหาค่า turbulent eddy viscosity เพื่อที่จะนำไปแทนค่ากลับในสมการอนุพันธ์

โมเมนต์ม โดยที่ μ_ϵ คือ turbulent eddy viscosity ซึ่งมี ความสัมพันธ์กับค่าของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (turbulent kinetic energy, k) และอัตราการสลายตัว แบบปั่นป่วน (TKE dissipation rate, ϵ) วิเคราะห์ได้จาก สมการ

$$\mu_\epsilon = \rho C_\mu k^2 / \epsilon \quad (4)$$

โดยที่ $C_\mu = 0.09$ [12]

สมการของพลังงานจลน์แบบปั่นป่วนจะอยู่ในรูป

$$\overline{u_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \overline{P} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\overline{v} + \frac{\overline{v_T}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (5)$$

ในทำนองเดียวกันสมการของอัตราการสลายตัวของ ความปั่นป่วนจะเป็น

$$\overline{u_i} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = -C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\overline{v} + \frac{\overline{v_T}}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] \quad (6)$$

$$\text{โดยที่ } G = \mu_\epsilon \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (7)$$

ซึ่ง σ_ϵ คือ Prandtl / Schmidt number สำหรับอัตราการกระจายและ $\sigma_k, \sigma_\epsilon, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$ คือค่าคงที่ของการจำลอง ซึ่งได้กล่าวไว้ท้ายตารางที่ 1

ตารางที่ 1 สรุปสมการของแบบจำลองต่างๆ

	สมการ
Continuity Equation	$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$
Momentum Equation	$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j}$
Turbulent Kinetic Energy Equation	$\bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \bar{P} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$
Dissipation Rate Equation	$\bar{u}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right]$
Scalar Transport Equation	$\bar{u}_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{u_i' \Phi'}}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\sigma_\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right), (\phi = c_p T)$
Boussinesq Approximation	$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2 \nu_T \bar{S}_{ij}$

เมื่อ

$$\bar{p} = -\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_\varepsilon = 1.3, \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

[13]

2.3 แบบจำลองการถ่ายเทความร้อน

สมการการถ่ายเทพลังงาน สามารถหาจากการเฉลี่ย ในช่วงเวลาหนึ่ง (time-averaging) เช่นเดียวกับสมการ อนุพันธ์มวล และสมการการอนุรักษ์โมเมนตัมที่เขียนอยู่ในรูป tensor

$$\bar{u}_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{u_i' \Phi'}}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\sigma_\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) \quad (8)$$

สมการ (8) เรียกว่า สมการการถ่ายเทของปริมาณ สเกลาร์ โดยพิจารณาค่า $(\Phi = T)$ ซึ่งจากการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time-averaging) จะมีเทอมของ scalar fluxes, $\overline{u_j' \Phi'}$ เพิ่มขึ้น ซึ่งเทอมที่เพิ่มขึ้นเป็นผลจากการไหลแบบปั่นป่วนอาจจะแสดงในรูปคล้ายกับกรณีของ โมเมนตัมได้ดังนี้

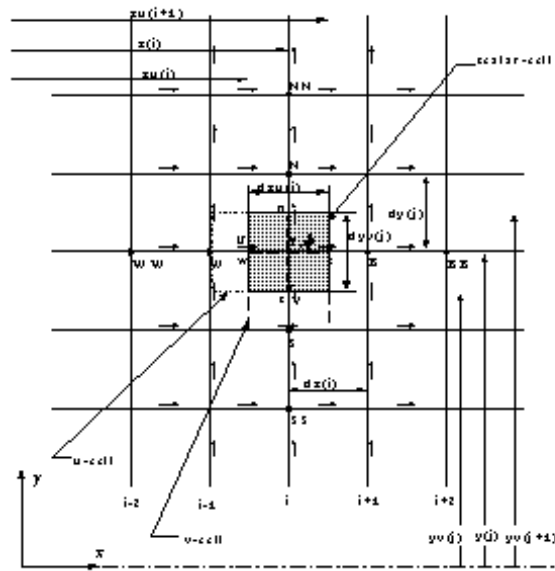
$$-\overline{u_j' \Phi'} = \frac{\mu_t}{\sigma_{\phi,t}} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \quad (9)$$

จากเนื้อหาทั้งหมดที่กล่าวไปแล้วในข้างต้นสามารถสรุป สมการที่จำเป็นต้องใช้ดังตารางที่ 1

สมการเชิงอนุพันธ์ที่กล่าวมาข้างต้นทุกสมการ (1),(2), (5), (6) และ (8) สามารถเขียนในรูปแบบมาตรฐานที่ ประกอบไปด้วย เทอม convection, diffusion และ source สำหรับการไหลในสองมิติได้ดังต่อไปนี้ [12-13]

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) = S_\phi \quad (10)$$

การแบ่งกริดภายในปริมาตรควบคุมเป็นแบบ staggered grid ซึ่งแบ่งความเร็วออกมาคิดที่บริเวณ ระหว่างจุดต่อสเกลาร์ ดังแสดงอยู่ในรูปที่ 1 โดยเริ่มจากการอินทิเกรตสมการเชิงอนุพันธ์ตลอดทั้งปริมาตรควบคุม แล้ว discretise ค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ที่พิจารณาจากบนจุดต่อ (node) ต่างๆ โดยสามารถแยกเทอมของ ความเร็วตามแนวแกนกับความดันได้เป็น u-cell, v-cell และ scalar cell เพื่อให้สอดคล้องกับ continuity equation ในการแก้ปัญหาการเกิด checker-board อันเป็นผลก่อให้เกิดความผิดพลาดในการคำนวณเชิงตัวเลข



รูปที่ 1 ลักษณะตารางเซลล์แบบ staggered grid

การ Discretisation ของ convection term ทำได้โดยการอินทิเกรตตลอดทั้งปริมาตรควบคุมสำหรับตัวแปร ϕ ได้เป็น

$$C = C_e \phi_e - C_w \phi_w + C_n \phi_n - C_s \phi_s \quad (11)$$

โดยที่ convection flux คือ $C_e = \rho_e u_e A_e$, $C_w = \rho_w u_w A_w$, $C_n = \rho_n v_n A_n$ และ $C_s = \rho_s v_s A_s$ ขณะที่ ϕ_e , ϕ_w , ϕ_n และ ϕ_s เป็นองค์ประกอบของค่า ϕ ที่ผนังของเซลล์ ซึ่งหาได้โดยวิธีการประมาณค่า จึงจำเป็นต้องอาศัย schemes เข้า มาช่วยในการประมาณค่าที่บริเวณผิวของปริมาตรควบคุม ซึ่งในที่นี้นำเสนออยู่ 3 schemes คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes ซึ่งใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ ในเทอมของ convection เพื่อแทนลงไปในการสมการเชิงอนุพันธ์ข้างต้น

- The Upwind Differencing Scheme

โดยใช้การประมาณค่าที่ตำแหน่งผิวของปริมาตรควบคุมใดๆ โดยใช้ค่าที่ตำแหน่ง upstream ที่อยู่ข้างเคียง โดยยกตัวอย่างเฉพาะที่ตำแหน่ง e เท่านั้น

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P & \text{if } C_e > 0 \\ \phi_E & \text{if } C_e < 0 \end{cases} \quad (12)$$

ที่ตำแหน่งอื่นๆ จะทำในทำนองเดียวกัน

- The Hybrid Differencing Scheme

Scheme นี้ถูกนำเสนอโดย Spalding (1972) มีความแม่นยำที่อนุพันธ์อันดับหนึ่ง เป็นวิธีที่รวมข้อดีของ central และ upwind scheme มารวมไว้ด้วยกันโดยใช้ค่า Peclet number เป็นตัวกำหนดช่วงในการใช้ ขณะที่ Pe หาได้จากสัดส่วนของ convection flux ต่อ diffusion flux ของ ϕ ภายในปริมาตรควบคุม

$$Pe = \frac{C}{D} = \frac{\rho u_i}{\Gamma / dx_i} = \frac{\rho u_i dx_i}{\Gamma} \quad (13)$$

โดย dx_i เป็นระยะระหว่างจุดต่อที่ตำแหน่ง i กับ $i+1$ และ Γ คือ diffusion coefficient ในที่นี้ ยกตัวอย่าง สำหรับการประมาณค่าที่ตำแหน่ง ϕ_e ได้เป็น

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P & Pe > 2 \\ \frac{\phi_E + \phi_P}{2} & Pe \leq 2 \\ \phi_E & -2 \leq Pe < -2 \end{cases} \quad (14)$$

ส่วนที่ตำแหน่งอื่นๆ ก็ทำในทำนองเดียวกัน

- The QUICK Differencing Scheme

QUICK scheme ถูกเสนอโดย Leonard (1979) เป็น scheme ที่ใช้การประมาณค่ารูปของสมการกำลังสอง ซึ่งจำเป็นต้องใช้ upstream 2 จุด และ downstream 1 จุด ในการประมาณค่าจุดประสงค์เพื่อเพิ่มความแม่นยำ ในการประมาณค่า convection term ซึ่งได้เพิ่มจุดในการพิจารณาอีก 4 จุด รอบตำแหน่งที่เราสนใจเป็น EE, WW, NN และ SS สามารถประมาณค่าได้เป็น

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P + \frac{1}{4} \left(\frac{2x_1 + x_2}{x_1 + x_2} \phi_E - \frac{2x_1 - x_2}{x_1} \phi_P - \frac{x_2 x_2}{x_1 (x_1 + x_2)} \phi_W \right) & \text{if } C_e > 0 \\ \phi_E + \frac{1}{4} \left(\frac{2x_3 + x_2}{x_3 + x_2} \phi_P - \frac{2x_3 - x_2}{x_3} \phi_E - \frac{x_2 x_2}{x_3 (x_3 + 2)} \phi_{EE} \right) & \text{if } C_e < 0 \end{cases} \quad (15)$$

โดยที่ $x_1 = dx_{P-W}$, $x_2 = dx_{P-E}$ และ $x_3 = dx_{EE-E}$ เป็นระยะ ระหว่างจุด ส่วนที่ตำแหน่งอื่นๆ ก็ทำในทำนองเดียวกัน

3. การทำนายการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มี ครีบและลักษณะของปัญหา

จากการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนาน ที่มีครีบตั้งที่ใดกล่าวมาแล้วข้างต้น ได้ศึกษาพฤติกรรม การไหลที่เกิดขึ้นจริง ผลดังกล่าวนำมาสู่การศึกษาลักษณะการถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้นในช่องขนานที่มีครีบภายใต้สมมติฐานเป็นการพาความร้อนแบบบังคับ ทั้งนี้ จากผลการทดลองของ Acharya และคณะ [9] โดยวิธี LDV measurements สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน และการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบซึ่งอยู่ติด กับผนังด้านล่างจำนวน 1 ตำแหน่ง โดยการจำลองการ ถ่ายเทความร้อนนี้ได้ใช้เงื่อนไขขอบเขตการคำนวณแบบ ไม่สมมาตรตามแนวแกน ซึ่งใช้ $k-e$ turbulence model ร่วมกับ numerical differencing schemes ทั้งหมด 3 วิธี คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes โดยที่ความยาวของช่องขนาน (L) เท่ากับ 1,016 มิลลิเมตร และความกว้างของผนังแผ่นเรียบ (D) เท่ากับ 61 มิลลิเมตร hydraulic diameter (D_h) เท่ากับ 101.6 มิลลิเมตร โดยที่ ตำแหน่งครีบเริ่ม

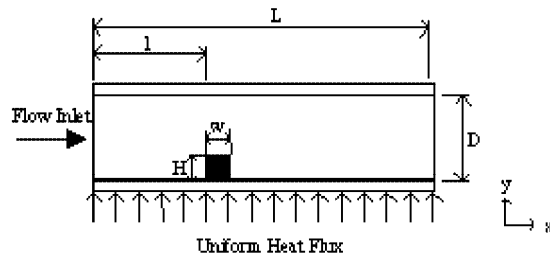
ต้นห่างจากปากทางเข้า (l) เท่ากับ 95.25 มิลลิเมตร ความสูงของครี (H) เท่ากับ 6.35 มิลลิเมตร และความกว้างของ ครี (W) เท่ากับ 6.35 มิลลิเมตร ดังรูปที่ 1 ซึ่งความเร็วเฉลี่ย U_{av} เท่ากับ 3.6 m/s ที่ $Re_D = 2.37 \times 10^4$ โดยมีความเร็วทางเข้าตามสมการ ดังนี้

$$\frac{u}{U_{av}} = \left(\frac{y}{\delta_u} \right)^{1/5.6} \quad \text{ที่ } y/\delta_u < 1 \quad \text{และ } y/\delta_u > \left(\frac{D}{\delta_u} - 1 \right)$$

$$\frac{u}{U_{av}} = 1 \quad \text{ที่ } y/\delta_u \leq \left(\frac{D}{\delta_u} - 1 \right)$$

โดยที่ ค่าความหนาของบาวดาร์เลเยอร์ δ_u ซึ่งมีค่าเท่ากับ 3.3H โดยเลือกการทำนายการถ่ายเทความร้อนภายใต้เงื่อนไขผนังแบบฟลักซ์ความร้อนที่ผิวที่คงที่ $q'' = 280 \text{ W/m}^2$ ตลอดผนังด้านล่างหลังจากตำแหน่งครี

โดยมีเงื่อนไขในการคำนวณดังต่อไปนี้ความเร็ว u และ v ตามผนังทั้งสองด้านมีค่าเป็นศูนย์สำหรับ บริเวณใกล้ผนังค่าความเร็วขึ้นอยู่กับบาวดาร์เลเยอร์ โดยใช้สมมติฐานตาม wall function ของไหลที่พิจารณา เป็นอากาศที่อุณหภูมิ 25 องศาเซลเซียส ซึ่งมีค่า $\mu = 185 \times 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$ และ $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ ในตำแหน่ง ผนังร้อนกำหนดเงื่อนไขที่ขอบผนังมีการพาความร้อน (convection surface condition) โดยพิจารณาสมดุลพลังงานที่ผิวที่

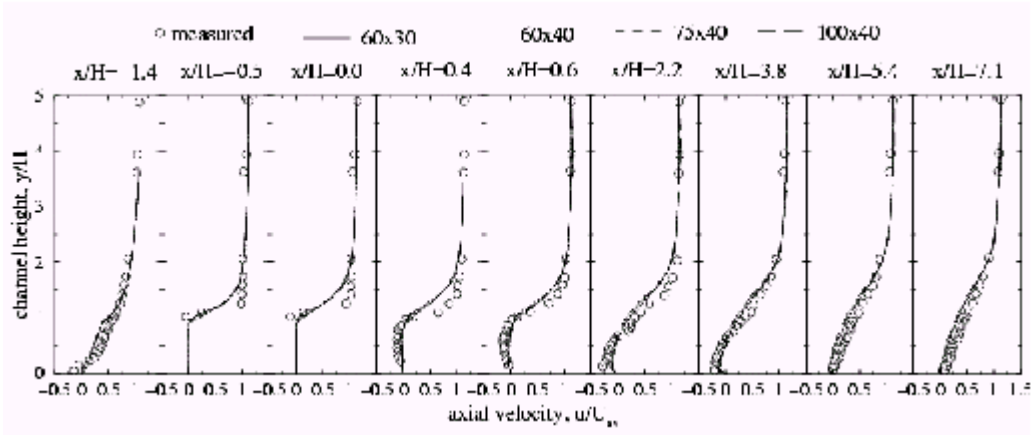


รูปที่ 2 ลักษณะของปัญหาการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครี

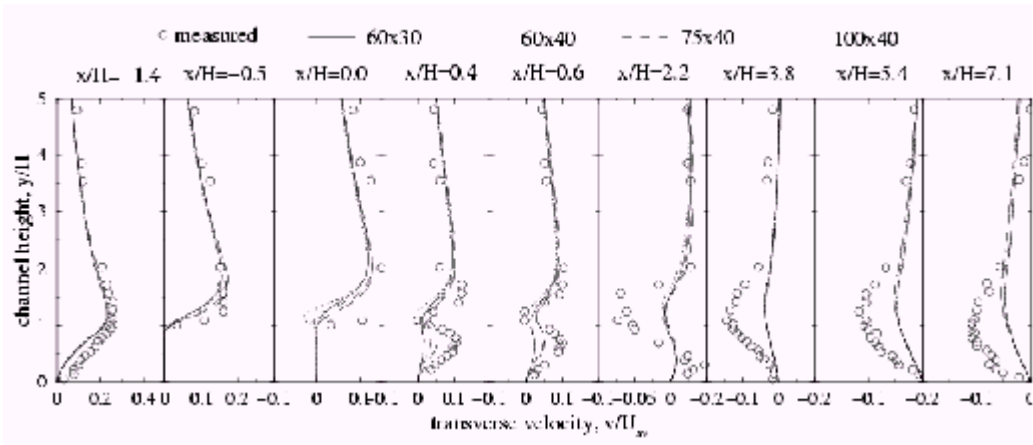
4. ผลการคำนวณ

4.1 ผลความเป็นอิสระของกริด

ในการคำนวณพิจารณาการแบ่งกริดภายใน ขอบเขตการคำนวณแบบ non-uniform grid โดยศึกษาผลความเป็นอิสระของกริด (grid independent) ต่อการ ทำนายได้แสดงในรูปที่ 3 (ก-ข) การหากริดที่เหมาะสม ในการจำลองการไหลนี้ ได้เลือกวิเคราะห์การคำนวณ ที่จำนวนกริดเท่ากับ 60x30, 60x40, 75x40, 100x40 จากรูปทำการเปรียบเทียบความเร็วตามแนวแกน และ ความเร็วตามแนวขวาง ซึ่งเขียนในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} และ v/U_{av} ตามลำดับ เทียบกับสัดส่วนความสูงของครี y/H โดยเลือกใช้ hybrid scheme สังเกตได้ว่าจำนวนกริดที่ใช้ในการคำนวณไม่มีผลต่อความแม่นยำของปัญหา แต่ก็พบความผิดพลาดเล็กน้อยในบางตำแหน่ง โดยเฉพาะบริเวณการไหลผ่านครี ซึ่งเป็นจุดที่เกิดการไหล ซึ่งมีการเปลี่ยนรูปร่างของความเร็วที่มีลักษณะซับซ้อน การประมาณค่าจึงเกิดความผิดพลาดบ้างในการคำนวณ แต่ในภาพรวมจำนวนกริดไม่มีผลต่อการ ทำนาย ดังนั้นจึงเลือกจำนวนกริดที่ใช้ในการคำนวณเท่ากับ 100x40 จุดต่อ (100 ตามแนวแกน x และ 40 ตามแนวแกน y)



(ก) ความเร็วตามแนวแกน

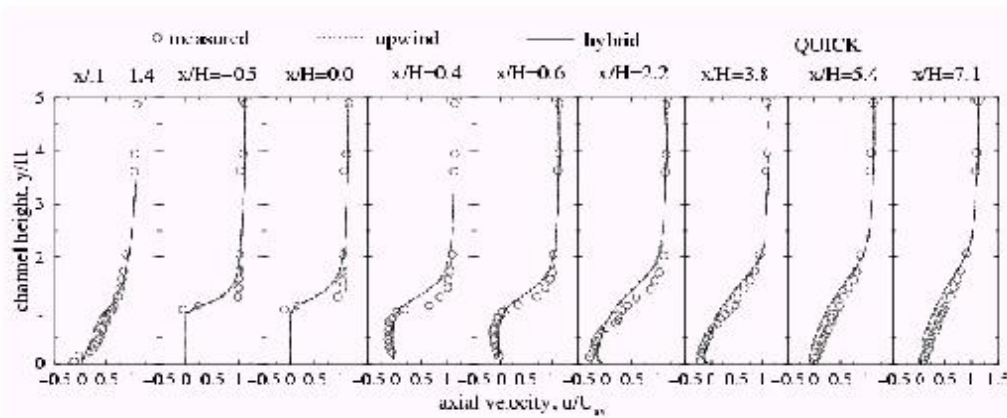


(ข) ความเร็วตามแนวขวาง

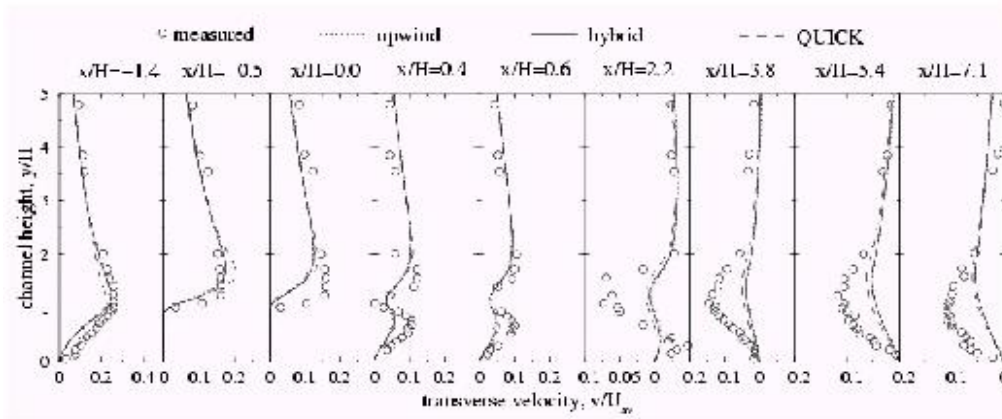
รูปที่ 3 ผลความเป็นอิสระของกริดของความเร็วตามแนวแกนและ
ความเร็วตามแนวขวางเทียบกับผลการทดลอง [19]

4.2 ผลจากการทำนายการไหล

การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบ โดยอาศัยวิธีการเชิงตัวเลขร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน ได้นำผลจากการทำนายมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองโดย LDV measurements [9] ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วตามแนวแกนและความเร็วตามแนวขวางในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} และ v/U_{av} ตามลำดับ เทียบกับสัดส่วนความสูงของครีบ y/H โดยพิจารณาที่ตำแหน่ง $-1.4 \leq x/H \leq 7.1$ ดังแสดงในรูปที่ 4 รวมถึง contour plot และ vector plot ในรูปที่ 5 และ 6 ตามลำดับ ซึ่งจะได้อธิบายต่อไป



(ก) ความเร็วตามแนวแกน



(ข) ความเร็วตามแนวขวาง

รูปที่ 4 การเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกนและความเร็วตามแนวขวางทำนายโดยใช้ upwind, QUICK และ hybrid schemes เทียบกับผลการทดลอง [9]

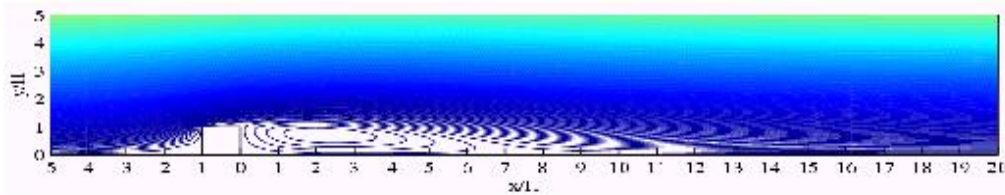
ผลของความเร็วตามแนวแกนและความเร็วตามแนวขวางได้แสดงในรูปที่ 4 (ก-ข) ซึ่งจากรูปแสดงให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของความเร็วจากระยะกึ่งกลางของช่องขนาน ถึงผนังด้านล่าง $0 \leq y/H \leq 5$ ที่ตำแหน่ง $x/H = -1.4, -0.5, 0.0, 0.4, 0.6, 2.2, 3.8, 5.4$ และ 7.1 ตามลำดับ จากรูป 4 (ก) ค่าความเร็วที่ได้จากทั้ง 3 schemes มีค่าใกล้เคียงกันมากและยังมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองอีกด้วย เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่ง $x/H = -0.5$ และ 0.0 ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ครึ่งวงอยู่ จะพบว่าความเร็วที่ได้จากการใช้ upwind และ hybrid schemes มีค่าที่ใกล้เคียงกัน ส่วนความเร็วที่ได้จาก QUICK scheme มีค่าที่แตกต่างจาก upwind และ hybrid schemes บ้างเล็กน้อย แต่ผลที่ได้จากทั้ง 3 schemes ให้ผลที่แตกต่างจาก ผลการทดลองบ้างในช่วง $y/H = 1.0$ ถึง 2.0 โดยผลที่ได้จากการทำนายให้ผลการทำนายต่ำเกินไปเมื่อเทียบกับผลการทดลอง

ที่ตำแหน่งของ $x/H = 0.4$ ถึง 7.1 ซึ่งเป็นตำแหน่ง การไหลผ่านครึ่งไปแล้ว ปรากฏว่าผลจากความเร็วที่ได้ จากการทำนายทั้ง 3 schemes ให้ผลการทำนายที่ไม่ แตกต่างกัน จะมีบ้างในบางจุดที่ QUICK scheme ให้ผลการทำนายผิดพลาดไปบ้าง แต่ในภาพรวมผลที่ได้ เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองให้ผลการทำนายได้ระดับหนึ่งซึ่งสังเกตได้จากเมื่อการไหลผ่านพ้นตำแหน่งที่ปรากฏการหมุนวนไป การไหลก็จะปรับตัวเข้าสู่การไหล แบบเต็มที่ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับการทดลอง

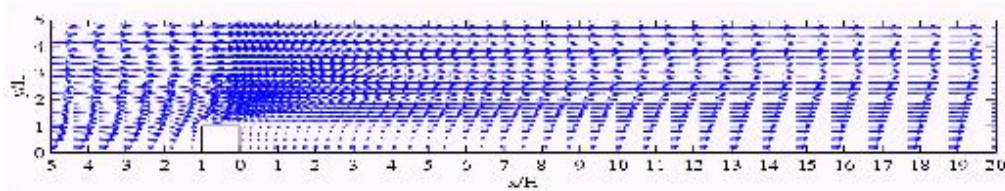
รูป 4 (ข) แสดงกราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวขวาง v/U_{av} เทียบกับสัดส่วนความสูงของครึ่ง y/H จากการทำนายของทั้ง 3 schemes มีลักษณะ เดียวกับการทำนายค่าความเร็วตามแนวแกน โดยที่ upwind และ hybrid schemes จะทำนายได้ใกล้เคียงกัน เมื่อเทียบกับ QUICK scheme ในทุกๆ ตำแหน่งการไหล สังเกตว่าค่า transverse velocity,

v/U_{av} ในช่วงก่อน การไหลผ่านครีบอกที่ตำแหน่ง $-1.4 \leq x/H \leq 0.0$ ผลจากการทำนายความเร็วสูงสุดอยู่ที่ $v/U_{av} \approx 0.2$ ณ ตำแหน่ง $x/H = 0.0$ ความเร็วหลังจากผ่านตำแหน่งนี้ไป จะเกิดการหมุนวนซึ่งทำให้เกิดการแกว่งของค่าความเร็วในแนวขวางในช่วงดังกล่าว และเมื่อเปรียบเทียบ ผลจากการทำนายกับการทดลองจะพบความผิดพลาดค่อนข้างมากหลังจากตำแหน่งการไหลผ่านครีบอกไป ซึ่งเกิดจากกระแสความปั่นป่วนเมื่อของไหลไหลผ่านตำแหน่งนี้

Contour plot ของ stream function และ vector plot ที่ทำนายโดย hybrid scheme ซึ่งได้เลือกนำมาแสดงใน ที่นี้ ได้แสดงในรูปที่ 5 และ 6 ตามลำดับ โดยพิจารณา ในช่วงตำแหน่ง $x/H = -5.0$ ถึง 20.0 และ $y/H = 0.0$ ถึง 5.0 จากระยะกึ่งกลางของช่องขนานถึงผนังด้านล่าง เพื่อแสดงพฤติกรรมของการไหลในช่วงผ่านครีบอกอย่างชัดเจนยิ่งขึ้น สังเกตพบว่าเกิด recirculation ในตำแหน่งหลังครีบอก ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $x/H \approx 2.2$ เช่นเดียวกับ vector plot จะพบตำแหน่งที่เกิด reattachment อยู่ที่ตำแหน่ง $x/H \approx 7.5$ ซึ่งหลังจากผ่านตำแหน่งนี้ไปผลของความเร็ว ก็จะปรับตัวเข้าสู่การไหลแบบเต็มๆ การจำลองการไหล โดย $k-\epsilon$ model ซึ่งเปรียบเทียบสมรรถนะของ scheme ต่างๆ คือ upwind, hybrid และ QUICK scheme สรุปได้ว่า QUICK ให้ผลการทำนายผิดพลาดมากกว่า 2 schemes ที่เหลือ โดยเฉพาะผลที่ได้จากการทำนาย ค่าความเร็วตามแนวขวาง (transverse velocity) v/U_{av} แสดงผลความผิดพลาดได้ชัดเจน



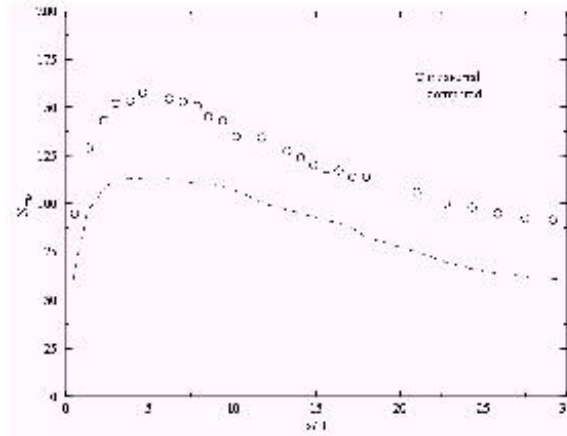
รูปที่ 5 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme



รูปที่ 6 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme

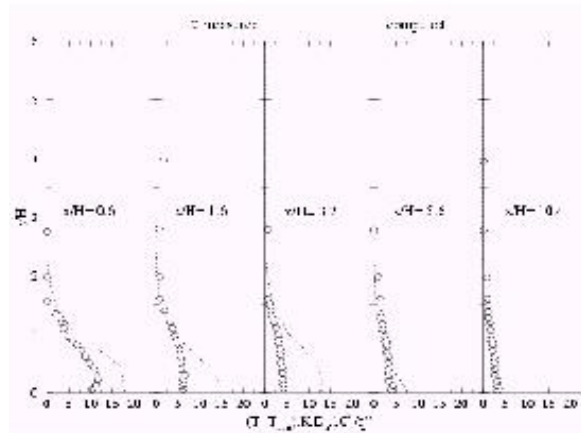
4.3 ผลจากการทำนายการถ่ายเทความร้อน

มีค่าความเร็วและมีความสัมพันธ์ต่อการพาความร้อนได้ดี ค่า Nusselt number ที่ตำแหน่งหลังจากการไหล ผ่านครีบอกโดยเลือกใช้ hybrid scheme ในการทำนาย ได้ถูกนำเสนอในรูปที่ 7 ซึ่งค่า Nusselt number สามารถ หาได้จากสมการ $Nu = \frac{q''}{D_h (K(T_w - T_\infty))}$, K เป็นค่าสภาพการนำความร้อนซึ่งเท่ากับ 0.0259 W/mK ผลจากการทำนายพบว่าในช่วงตำแหน่ง $x/H = 2.5$ ถึง 5.0 มีค่า Nusselt number สูงสุดประมาณ 112 เมื่อเทียบกับผลการทดลองมีค่าสูงสุดประมาณ 155 ค่าที่ได้จากการทำนายต่ำเกินไป (under-predict) ในทุกๆ ตำแหน่ง แต่ลักษณะรูปร่างของกราฟมีแนวโน้มใกล้เคียงกัน จากสมการพบว่าเงื่อนไขที่ขอบผนังร้อนเป็น แบบฟลักซ์ความร้อนที่ผิวที่คงที่ $q'' = 280 \text{ W/m}^2$ ตลอดผนังด้านล่างหลังจากตำแหน่งครีบอก ซึ่งค่าที่เปลี่ยนแปลงคือค่าอุณหภูมิที่ผนัง (T_w) จึงสรุปได้ว่าผลจากการไหลผ่านครีบอกทำให้เกิดกระแสการไหลปั่นป่วนสูง ซึ่ง ในตำแหน่งนี้



รูปที่ 7 ค่า Nusselt number ที่ตำแหน่งหลังจากไหลผ่านครีบ

ผลต่างของอุณหภูมิเฉลี่ยที่อยู่ในรูปของสมการ $(T - T_{inlet}) \cdot K \cdot D_h \cdot 10^5 / q''$ โดยที่ $(T_{inlet} = 298 \text{ K})$ ตำแหน่งหลังจากไหลผ่านครีบ เปรียบเทียบผลทั้งหมด 5 จุด ที่ตำแหน่ง $x/H = 0.6, 1.6, 3.2, 5.6$ และ 10.4 ตามลำดับได้ถูกแสดงดังรูปที่ 8 จากการทำนายได้แสดงผลที่ระยะกึ่งกลางของช่องขนานถึงผนังด้านล่าง ในช่วง $0 \leq y/H \leq 6$ ผลการทำนายพบว่าผลต่างของอุณหภูมิที่บริเวณใกล้ผนังในตำแหน่งหลังจะมีการถ่ายเทร้อนสูงสุด และจะมีค่าลดลงจนกระทั่งผลต่างอุณหภูมิที่บริเวณใกล้ ผนังกับอุณหภูมิที่กึ่งกลางขนานมีค่าเท่ากัน รวมถึงเมื่อ การไหลห่างจากครีบไปการถ่ายเทความร้อนก็จะน้อยลง ซึ่งสังเกตที่ตำแหน่ง $x/H = 10.4$ เมื่อเปรียบเทียบกับ ผลการทดลองพบว่า การทำนายค่าผลต่างของอุณหภูมิ ในทุกๆ ตำแหน่งให้ผลทำนายเกินเลยไป (over-predict)



รูปที่ 8 ผลต่างของอุณหภูมิเฉลี่ยที่ตำแหน่งหลังไหลผ่านครีบ

5. สรุปและวิเคราะห์ผล

จากการทำนายการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบนี้ โดยใช้เงื่อนไข ขอบเขตการคำนวณแบบไม่สมมาตรตามแนวแกน ซึ่งได้เปรียบเทียบผลการทำนายการไหลที่แสดงความสัมพันธ์ ระหว่างความเร็วตามแนวแกนและความเร็วตามแนวขวาง ในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} และ v/U_{av} ตามลำดับ ผลของ numerical differencing scheme ต่างๆ ที่ใช้ พบว่า upwind และ hybrid schemes ทำนายความเร็ว ตามแนวแกนและความเร็วตามแนวขวาง ดีกว่าการใช้ QUICK scheme ในทุกๆ ตำแหน่งโดยเฉพาะในตำแหน่ง การไหลผ่านครีบให้ผลทำนายเกินเลยไป (over-predict) และในตำแหน่งหลังการไหลผ่านครีบซึ่งเกิด

กระแส การไหลปั่นป่วนสูงให้ผลการทำนายต่ำเกินไป (under-predict) ซึ่งจะเห็นได้เด่นชัดจากผลการทำนายค่า ความเร็วตามแนวขวาง ผลจากการถ่ายเทความร้อนที่ผนังภายใต้เงื่อนไข uniform heat flux ในตำแหน่งหลังครีบบพบว่า ที่ตำแหน่งการไหลผ่านครีบซึ่งมีความเร็วสูงสุด จะส่งผลทำให้การพาความร้อนในบริเวณใกล้ครีบติดผนังด้านหลังได้ดีกว่า ในตำแหน่งที่ห่างจากครีบ ซึ่งเป็นผลมาจากกระแสการไหลปั่นป่วนที่ช่วยในการถ่ายเท ความร้อนจากผนัง

สัญลักษณ์

C_1, C_2	ค่าคงที่ใน dissipation rate equation
C_u	ค่าคงที่ใน $k - \epsilon$ turbulence model
G	stress generation
k	turbulence kinetic energy
D	ความกว้างของผนังแผ่นเรียบ
H	ความสูงของครีบ
P	ความดันเฉลี่ย
S	general source term
q''	ค่าฟลักซ์ความร้อนระหว่างของไหลกับผิวผนังที่จุดใดๆ
h	คือสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ตำแหน่งใดๆ
Re	ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์
u	ความเร็วในแกน x
v	ความเร็วในแกน y
x	พิกัดในแนวนอน
y	พิกัดในแนวตั้ง

สัญลักษณ์กรีก

ϵ	dissipation rate of turbulent kinetic energy
ϕ	ตัวแปรที่พิจารณา
μ	ความหนืด
Γ_ϕ	สัมประสิทธิ์ของการแลกเปลี่ยน
ρ	ความหนาแน่น
σ	Prandtl number

ตัวห้อย

m	ค่าเฉลี่ย
t	turbulent

เอกสารอ้างอิง

1. Liou, T.M. and Kao, C.F. "Symmetric and Asymmetric Turbulent Flows in a Rectangular Duct with a Pair of Ribs." Trans. *ASME J. of Fluids Engineering*, 110 (1988) : 373-379.
2. Liou, T.M. and Hwang, J.J. "Augmented Heat Transfer in a Rectangular Channel with Permeable Ribs Mounted on the Wall." Trans. *ASME J. of Heat Transfer*, 116 (1994) : 912-920.
3. Hwang, J.J. "Heat Transfer-Friction Characteristic Comparison in Rectangular Ducts With Slit and Solid Ribs Mounted on One Wall." Trans. *ASME J. of Heat Transfer*, 120 (1998) : 709-716.

4. Liou, T.M. and Wang, W.B. “Laser Holographic Interferometry Study of Developing Heat Transfer in a Duct with a Detached Rib Array.” *Int. J. Heat Mass Transfer*. 38, 1 (1995) : 91-100.
5. Liou, T.M., et. al. “Holographic Interferometry Study of Spatially Periodic Heat Transfer in a Channel with Ribs Detached from One Wall.” *Trans. ASME J. of Heat Transfer*. 117 (1995) : 32-39.
6. Han, J.C. and Park, J.S. “Developing Heat Transfer in Rectangular Channels with Rib Turbulators.” *Int. J. Heat Mass Transfer*. 31 (1988) : 183-195.
7. Han, J.C. “Heat Transfer and Friction Characteristics in Rectangular Channels with Rib Turbulators.” *Trans. ASME J. of Heat Transfer*. 110 (1988) : 321-328.
8. Han, J.C., et. al. “Local Heat/Mass Transfer Distributions Around Sharp 180o Turns in Two-Pass Smooth and Rib-Roughened Channels.” *Trans. ASME J. of Heat Transfer*. 110 (1988) : 91-98.
9. Acharya, S., et. al. “Heat Transfer in Turbulent Flow Past a Surface-Mounted Two-Dimensional Rib.” *Trans. ASME J. of Heat Transfer*. 120 (1998) : 724-734.
10. Willcox, C.D. Turbulence Modeling for CFD. California : DCW Industries Inc.,1993.
11. Gaski, T.B. and Peyret, R. *Handbook of Computational Fluid Mechanics*. London : Academic Press Ltd., 1986.
12. Versteeg, H.K. and Malalasekera, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. English : Longman Scientific & Technical, Longman Group Limited, 1995.
13. Patankar, S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Washington D.C : Hemisphere, 1980.