

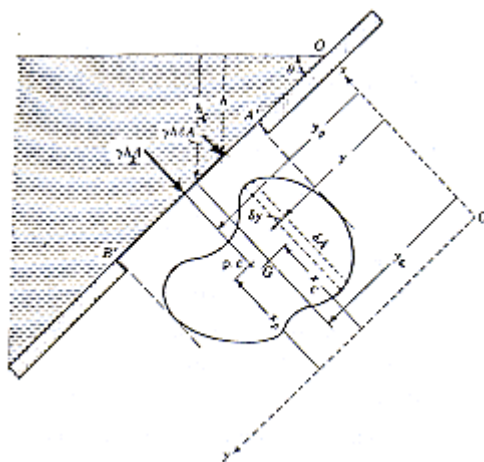
# เทคนิคการใช้ความดัน ปริซึมหาแรงที่กระทำต่อแผ่นระนาบ

สมศักดิ์ ระซังทอง

บทนำ	ทฤษฎีของความดันปริซึม	ข้อคิดเห็น	สรุป	เอกสารอ้างอิง
------	-----------------------	------------	------	---------------

## บทนำ

เมื่อพิจารณาแผ่นระนาบที่จมอยู่ในของไหลที่มีผิวอิสระ (รูปที่ 1) โดยของไหลนี้สมมติว่ามีความหนาแน่นคงที่ ดังนั้นความดันที่กระทำต่อแผ่นระนาบจึงแปรผันโดยตรงกับความลึกที่แผ่นระนาบจมอยู่



รูปที่ 1

แรงที่เกิดจากความดันกระทำต่อแผ่นระนาบได้เป็น

$$F = \rho h_c A = \rho y_c \sin \theta A \dots\dots\dots(1.1)$$

ตำแหน่งของแรงอยู่ที่

$$Y_p = ( I_g / y_c A ) + Y_c \dots\dots\dots(1.2)$$

$$X_p = ( I_{xy} / Y_c A + X_c \dots\dots\dots(1.3)$$

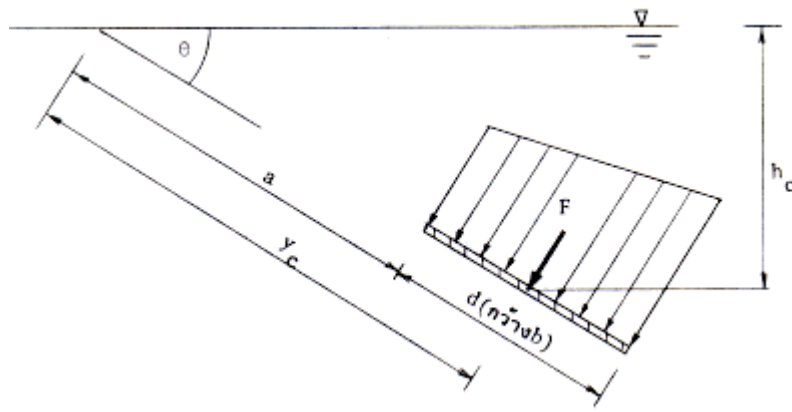
ถ้าแผ่นระนาบเป็นรูปทรงเรขาคณิตและสัดส่วนสมดลย์ (Symmetry) ค่า  $I_{xy}$  จะเป็นศูนย์ ทำให้  $X_p = X_c$

## ทฤษฎีของความดันปริซึม

ในการหาขนาดและตำแหน่งของแรงที่กระทำต่อแผ่นระนาบสามารถหาได้อีกวิธีหนึ่ง คือวิธีความดันปริซึม (Pressure prism) ความดันที่กระจายอยู่เหนือพื้นที่ของแผ่นระนาบเป็นไปในลักษณะของรูปปริซึม ถ้าให้  $\rho h_c$  เป็นความสูงของรูปปริซึม และ  $A$  เป็นฐานของรูปปริซึม ขนาดของแรงที่กระทำต่อรูปปริซึมก็คือ ปริมาตรของรูปปริซึมและตำแหน่งของแรงอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของรูปปริซึม ถ้าแผ่นระนาบเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความสูง  $d$  และความกว้าง  $b$  ส่วนบนของแผ่นระนาบต่ำกว่าระดับของไหลเป็นระยะ  $a$  (รูปที่ 2) ดังนั้น ฐานของรูปปริซึมคือ  $A = db$  และได้แรง

$$F = \rho y_c \sin \theta db = \rho ( a+d/2 ) \sin \theta db \dots\dots\dots(2)$$

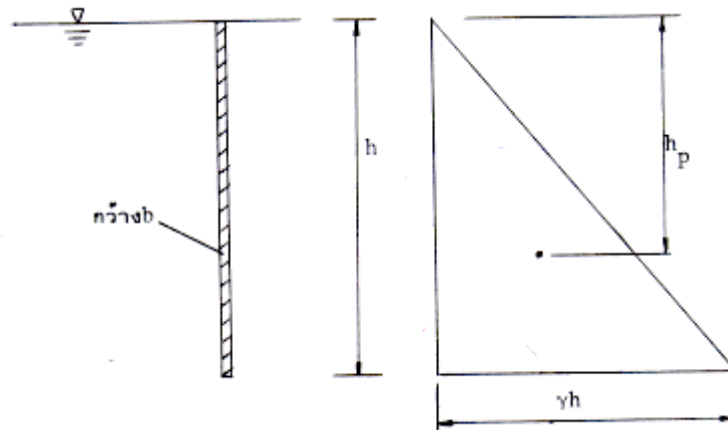
เทอม  $\rho (a+d/2)$  คือ ความสูงเฉลี่ยของรูปปริซึมและเทอม  $db$  คือ ฐานของรูปปริซึม ส่วน  $\sin \theta$  เป็นมุมที่แผ่นระนาบกระทำกับผิวของไหล ถ้าแผ่นระนาบอยู่ในแนวตั้งได้  $\sin \theta = 1$



รูปที่ 2

**ข้อคิดเห็น**

ผู้เขียนมีความเห็นว่า การนำวิธีความดันปริซึมมาใช้หาขนาดและตำแหน่งของแรงยังไม่มีคำตอบที่ชัดเจนเพียงพอ ผู้เขียนจึงได้ศึกษาวิธีการต่าง ๆ และสรุปหลักการของวิธีความดันปริซึมไว้เป็นกรณีดังนี้  
 ก. แผ่นระนาบจมเสมอรระดับของไหลที่มีผิวอิสระ



รูปที่ 3

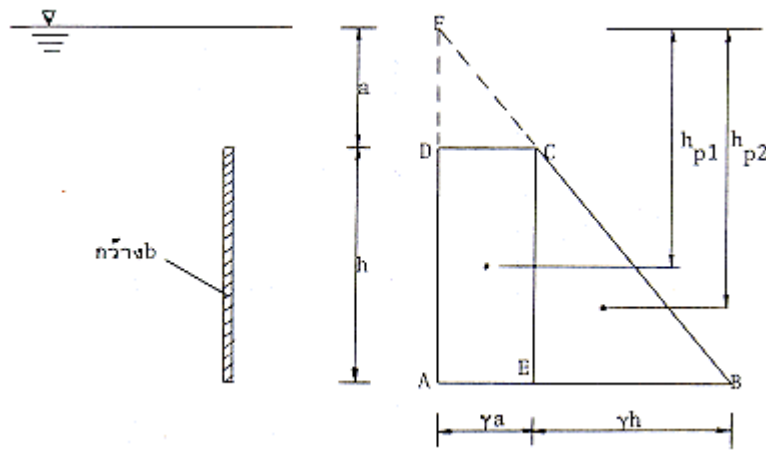
ขนาดของแรงคือปริมาตรของรูปปริซึม ซึ่งเกิดจากพื้นที่รูปสามเหลี่ยม คูณกับ ความกว้างของแผ่นระนาบ

$$F = \frac{1}{2} h^2 b / 2 \dots\dots\dots(3.1)$$

ตำแหน่งของแรงอยู่ที่จุดศูนย์กลางของรูปสามเหลี่ยม

$$h_p = 2h/3 \dots\dots\dots(3.2)$$

ข. แผ่นระนาบจมอยู่ในของไหลที่มีผิวอิสระ



รูปที่ 4

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมูอาจแยกได้เป็นพื้นที่ย่อย คือ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก **AECD** ซึ่งมีแรง  $F_1 = \gamma a h b$  และพื้นที่รูปสามเหลี่ยม **EBC** ซึ่งมีแรง  $F_2 = \gamma h^2 b / 2$  เมื่อรวมแรงทั้งสองจะได้เป็นแรงที่กระทำต่อแผ่นระนาบ

$$F = \gamma a h b + \gamma h^2 b / 2$$

$$= \gamma h b (a + h / 2) \dots\dots\dots(4.1)$$

ตำแหน่งของแรง หาได้โดยใช้โมเมนต์ของแรงที่กระทำรอบจุด **D**

$$F h_p = F_1 h_{p1} + F_2 h_{p2}$$

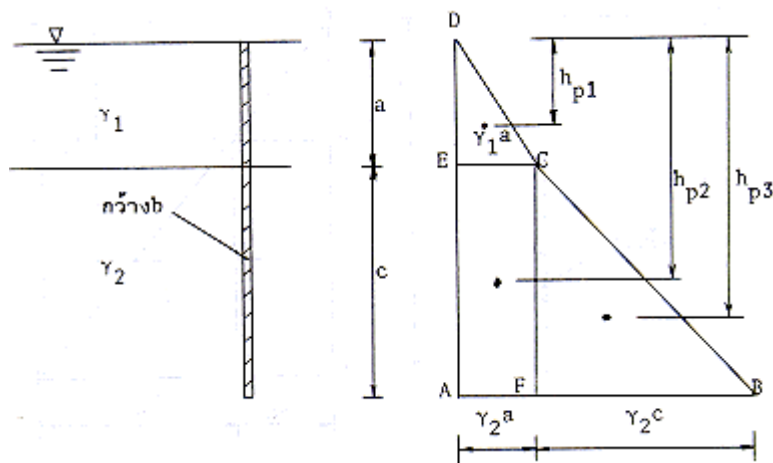
$$\gamma h b (a + h / 2) h_p = \gamma a h b (h / 2) + (\gamma h^2 b / 2) (2h / 3)$$

$$h_p = (h / 2) (a + 2h / 3) / (a + h / 2)$$

ตำแหน่งของแรงนับจากระดับของไหล

$$h_{pรวม} = a + h_p \dots\dots\dots(4.2)$$

ค. แผ่นระนาบจมเสมอรระดับของไหล 2 ชนิดที่ไม่ผสมกัน



รูปที่ 5

ขนาดของแรงเกิดจากรูป **ABCD** ซึ่งแยกเป็นพื้นที่ย่อย คือ พื้นที่สามเหลี่ยม **CDE** มีแรง  $F_1 = \gamma_1 a^2 b / 2$  พื้นที่สี่เหลี่ยม **AFCE** มีแรง  $F_2 = \gamma_2 a b c$  และพื้นที่สามเหลี่ยม **FBC** มีแรง  $F_3 = \gamma_2 c^2 b / 2$  เมื่อรวมแรงทั้งสามจะได้เป็นแรงที่กระทำต่อแผ่นระนาบ

$$F = (\gamma_1 a^2 b / 2) + \gamma_2 a c b + (\gamma_2 c^2 b / 2)$$

$$= b [(\gamma_1 a^2 / 2) + \gamma_2 c (a + c / 2)] \dots\dots\dots(5.1)$$

ตำแหน่งของแรง หาได้โดยใช้โมเมนต์ของแรงที่กระทำรอบจุด **D**

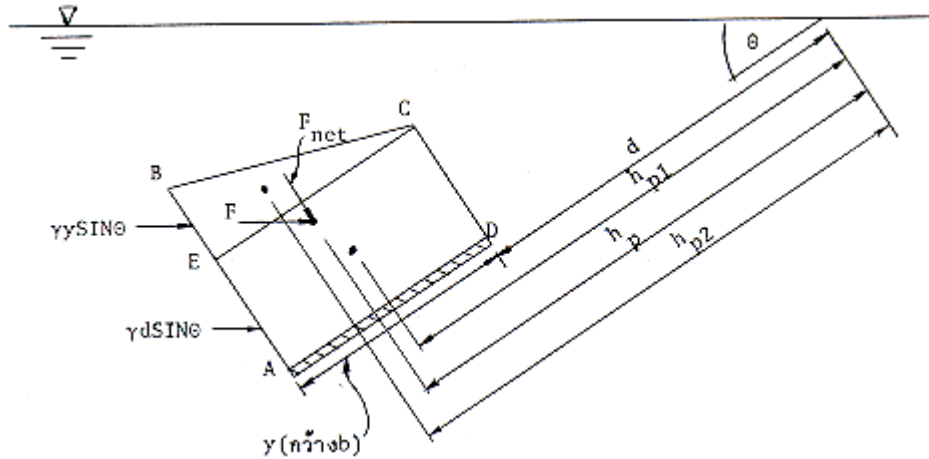
$$Fh_p = F_1h_{p1} + F_3h_{p3}$$

$$b[(\gamma_1 a^2/2) + \gamma_2 c(a+c/2)] = (\gamma_1 a^2 b/2)(2a/3) + \gamma_2 acb(a+c/2) + (\gamma_2 c^2 b/2)(a+2c/3)$$

$$h_p = (2/3)[\{\gamma_1 a^3 + \gamma_2 c(3a^2 + 3ac + c^2)\} / \{\gamma_1 a^2 + \gamma_2 c(2a + c)\}] \quad (5.2)$$

ง. แผ่นระนาบเอียงจมเสมอหรือจมอยู่ในของไหล

ในกรณีนี้แผ่นระนาบอาจจะจมในของไหลตามกรณี ก., ข. หรือ ค. ก็ได้ สมมติเป็นกรณี ข. โดยให้แผ่นระนาบเอียงเป็นมุม  $\theta$  กับระดับของไหล (รูปที่ 6) ลักษณะของรูปปริซึมจะเหมือนกับกรณี ข. เพียงแต่รูปปริซึมเอียงเป็นมุม  $\theta$  เหมือนกับแผ่นระนาบด้วย



รูปที่ 6

พื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก AECD ซึ่งมีแรง  $F_1 = \gamma dyb$  และพื้นที่สามเหลี่ยม EBC ซึ่งมีแรง  $F_2 = \gamma y^2 b/2$  เมื่อรวมแรงทั้งสองจะได้เป็นแรงที่กระทำต่อระนาบเอียง

$$\begin{aligned} F_{net} &= F \sin \theta \\ &= (F_1 + F_2) \sin \theta \\ &= \gamma yb (d + y/2) \sin \theta \quad \dots\dots(6.1) \end{aligned}$$

ตำแหน่งของแรงมีวิธีหาเช่นเดียวกับ กรณี ข. ซึ่งได้

$$\begin{aligned} (Y_{รวม})_{net} &= Y_{รวม} \sin \theta \\ &= (d+y_p) \sin \theta \\ \text{เมื่อ } y_p &= (y/2)(d + 2y/2) / (d + y/2) \quad \dots\dots(6.2) \end{aligned}$$

**สรุป**

จากการทดลองคำนวณหาขนาดและตำแหน่งของแรงด้วยวิธีความดันปริซึม ตามกรณีต่าง ๆ ด้วยสมการ (3) ถึงสมการ (6) แล้วเปรียบเทียบกับผลลัพธ์กับสมการ (1) ด้วยเงื่อนไขของการวางแผ่นระนาบในลักษณะเดียวกัน ปรากฏว่าผลลัพธ์เท่ากัน

**เอกสารอ้างอิง**

1. Daugherty, R.L., Franzini, J.B., and Finnemore, E.J., Fluid Mechanics with Engineering Applications, McGraw-Hill Book Co, Singapore, 1st SI Metric ed., 1989.
2. Prasuhan, A.L., Fundamentals of Fluid Mechanics, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1980
3. Streeter, R.L., and Wylie, E.B., Fluid Mechanics, McGraw-Hill Book Co., Tokyo, 7th ed., 1979



*This document was last modified on*