

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจสอบ ความแปรปรวนของกระบวนการ กรณีการแจกแจงของข้อมูล ไม่เป็นแบบปกติ

รัชดา ศังขวณิช¹ และ กมล บุษบา²

Abstract

Sangkawanit, R. and Budsaba, K.

**An efficiency comparison of control chart for monitoring process variance:
Non-normality case**

Songklanakar J. Sci. Technol., 2005, 27(6) : 1299-1310

The purposes of this research are to investigate the relation between upper control limit and parameters of weighted moving variance linear weight control chart (WMVL), weighted moving variance: exponential weight control chart (WMVE), successive difference cumulative sum control chart (Cusum-SD) and current sample mean cumulative sum control chart (Cusum-UM) and to compare efficiencies of these control charts for monitoring increases in process variance, exponentially distributed data with unit variance and Student's t distributed data with variance 1.071429 (30 degrees of freedom) as the in control process. In-control average run lengths (ARL_0) of 200, 400 and 800 are considered. Out-of-control average run lengths (ARL_1) obtained via simulation 10,000 times are used as a criteria.

The main results are as follows: the upper control limit of WMVL has a negative relation with moving span while the upper control limit of WMVE has a negative relation with moving span and a positive relation

Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology, Thammasat University, Rangsit, Pathum Thani 12121 Thailand.

¹นักศึกษาลัทธิสุตรวท. สาขาสถิติประยุกต์ ²Ph.D.(Statistics) รองศาสตราจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต จังหวัดปทุมธานี 12121

Corresponding e-mail: kamon@mathstat.sci.tu.ac.th

รับต้นฉบับ 15 พฤศจิกายน 2547 รับลงพิมพ์ 25 เมษายน 2548

with exponential weight. Both the upper control limits of Cusum-SD and Cusum-UM have a negative relation with reference value in which such relation looks like an exponential curve.

The results of efficiency comparisons in case of exponentially distributed data for ARL_0 of 200, 400 and 800 turned out to be quite similar. When standard deviation changes less than 50%, Cusum-SD control chart and Cusum-UM control chart have ARL_1 less than those of WMVL control chart and WMVE control chart. However, when standard deviation changes more than 50%, WMVL control chart and WMVE control chart have ARL_1 less than those of Cusum-SD control chart and Cusum-UM control chart. The results are different from the normally distributed data case, studied by Sparks in 2003. In case of Student's t distributed data for ARL_0 of 200 and 400 when process variance shifts by a small amount (less than 50%), Cusum-UM control chart has the lowest ARL_1 but when process variance shifts by a large amount (more than 50%), WMVE control chart has the lowest ARL_1 . On the contrary, for ARL_0 800, WMVE control chart has the lowest ARL_1 when process variance shifts by a small amount (less than about 100%) and Cusum-UM control chart has the lowest ARL_1 when process variance shifts by a large amount (more than 100%). The results are different from the normally distributed data case, studied by Sparks in 2003, though Student's t distribution is symmetried as is the normal distribution.

Key words : weighted moving variance, CUSUM, moving span, upper control limit, average run length

บทคัดย่อ

รัชดา ศังขวณิช และ กมล บุชบา

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจสอบความแปรปรวนของกระบวนการ กรณีการแจกแจงของข้อมูลไม่เป็นแบบปกติ

ว. สงขลานครินทร์ วทท. 2548 27(6) : 1299-1310

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนกับพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจสอบความแปรปรวนของกระบวนการสี่แผนภูมิ ได้แก่ แผนภูมิควบคุมความแปรปรวนเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเชิงเส้น (weighted moving variance, linear weight: WMVL), แผนภูมิควบคุมความแปรปรวนเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (weighted moving variance, exponential weight: WMVE), แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบเอ็ดสตี (Cusum-SD) และแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบยูเอ็ม (Cusum-UM) รวมทั้งเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมเหล่านี้กรณีข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลังที่มีความแปรปรวนเท่ากับ 1.00 และข้อมูลมีการแจกแจงที่มีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1.071429 (องศาเสรีเท่ากับ 30) เมื่อกำหนดให้ค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (in-control average run length: ARL_0) เท่ากับ 200, 400 และ 800 โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ ค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ในการควบคุม (out-of-control average run length: ARL_1) ซึ่งหาได้จากกระบวนการจำลองจำนวน 10,000 รอบ

ผลการวิจัยพบว่า ค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม WMVL มีความสัมพันธ์เชิงลบกับจำนวนข้อมูลในอดีตที่กำหนดให้ตัวสถิติสะสมค่า (moving span: m) ค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม WMVE มีความสัมพันธ์เชิงลบกับ m เช่นเดียวกันและมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับค่าถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง ส่วนค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีความสัมพันธ์เชิงลบกับค่าอ้างอิง โดยมีลักษณะความสัมพันธ์คล้ายโค้งเลขชี้กำลัง

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมกรณีข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง เมื่อกำหนดค่า ARL_0 เท่ากับ 200, 400 และ 800 ให้ผลในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเปลี่ยนแปลงไปไม่เกิน 50% แผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีค่า ARL_1 ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม WMVL และแผนภูมิควบคุม WMVE แต่เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเปลี่ยนแปลงไปมากกว่า 50% แผนภูมิควบคุม WMVL และ

แผนภูมิควบคุม WMVE มีค่า ARL₁ ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM ผลลัพธ์ที่ได้แตกต่างจากกรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติตามผลงานวิจัยของสปาร์คในปี ค.ศ. 2003 สำหรับกรณีข้อมูลมีการแจกแจงที่ เมื่อกำหนดค่า ARL₀ เท่ากับ 200 และ 400 ต่างได้ผลในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ เมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปไม่เกิน 50% โดยประมาณ แผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีค่า ARL₁ ต่ำที่สุด และเมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปมากกว่า 50% โดยประมาณ แผนภูมิควบคุม WMVE มีค่า ARL₁ ต่ำที่สุด แต่เมื่อกำหนดค่า ARL₀ เท่ากับ 800 กลับได้ผลในทิศทางตรงข้าม กล่าวคือ เมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปไม่เกิน 100% โดยประมาณ แผนภูมิควบคุม WMVE มีค่า ARL₁ ต่ำที่สุด และเมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปมากกว่า 100% โดยประมาณ แผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีค่า ARL₁ ต่ำที่สุด ผลลัพธ์ที่ได้แตกต่างจากกรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติ ตามผลงานวิจัยของสปาร์ค ในปี ค.ศ. 2003 ถึงแม้ว่ารูปแบบการแจกแจงที่จะมีลักษณะสมมาตรเช่นเดียวกับการแจกแจงแบบปกติก็ตาม

คุณภาพของสินค้าที่ผลิตจะเพิ่มขึ้นได้ถ้าสามารถลดระดับความผันแปรของการผลิตให้น้อยลง ดังนั้นในการตรวจสอบและควบคุมกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมจึงมีวัตถุประสงค์หลักเพื่อลดความผันแปรที่เกิดขึ้นจากการผลิต ซึ่งทำได้โดยการใช้แผนภูมิควบคุมคุณภาพ

การควบคุมคุณภาพโดยใช้แผนภูมิควบคุมคุณภาพที่ดีนั้นจะต้องควบคุมทั้งค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการผลิต ในอดีตที่ผ่านมา การพัฒนาวิธีการทางสถิติหรือแผนภูมิควบคุมส่วนใหญ่จะสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการตรวจสอบค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต แต่การตรวจสอบความแปรปรวนกลับได้รับความสนใจน้อยมาก ทั้งๆ ที่การตรวจสอบความแปรปรวนเป็นสิ่งจำเป็นเพราะจะช่วยเพิ่มสมรรถนะของกระบวนการผลิต (Acosta-Mejia and Pignatiello, 2000)

แผนภูมิควบคุมที่นิยมใช้ในการตรวจสอบความแปรปรวนสำหรับการชักตัวอย่างเพียงหน่วยเดียว ได้แก่ แผนภูมิควบคุมพิสัยเคลื่อนที่ของชีวฮาร์ด (Sheward moving range) แต่สถิติดังกล่าวมีปัญหาในด้านการตีความหมาย เนื่องจากตัวสถิติมีความสัมพันธ์กันเอง ตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงได้ช้า และยังไม่สามารถตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงในปริมาณที่น้อย (Acosta-Mejia and Pignatiello, 2000) ผลการศึกษาที่สอดคล้องกับผลการศึกษาของ Sparks (2003)

ฮอคคินส์ (Hawkins, 1981) ได้พัฒนาแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจสอบความแปรปรวนสำหรับการชักตัวอย่างเพียงหน่วยเดียว โดยเสนอให้ใช้แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (cumulative sum control chart: Cusum) สำหรับตรวจสอบค่าเฉลี่ยมาใช้ตรวจสอบความแปรปรวน

ซึ่งต่อมา Acosta-Mejia และ Pignatiello (2000) ได้พัฒนาวิธีการตรวจสอบความแปรปรวนโดยอาศัยแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมของฮอคคินส์ แต่ปรับปรุงให้ตัวสถิติตอบสนองต่อความผันแปรได้เร็วขึ้น แผนภูมินี้เรียกว่าแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบเอ็สดี (successive difference cumulative sum control chart: Cusum-SD) และแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบยูเอ็ม (current sample mean cumulative sum control chart: Cusum-UM) และได้พิสูจน์ว่าแผนภูมิควบคุมดังกล่าวมีประสิทธิภาพเหนือกว่าแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมของฮอคคินส์ นอกจากนั้น Spark (2004) ได้เสนอแผนให้ใช้ภูมิควบคุมความแปรปรวนเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเชิงเส้น (weighted moving variance, linear weight: WMVL) และแผนภูมิความแปรปรวนเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (weighted moving variance, exponential weight: WMVE) ซึ่งอาศัยหลักการในการให้น้ำหนักกับหน่วยตัวอย่างในปัจจุบันมากกว่าในอดีต และพบว่าแผนภูมิควบคุมความแปรปรวนเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเชิงเส้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบเอ็สดี และแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบยูเอ็ม

อย่างไรก็ดี แผนภูมิควบคุมข้างต้นล้วนแล้วแต่พัฒนาขึ้นโดยอาศัยข้อสมมติเบื้องต้นว่าประชากรมีการแจกแจงแบบปกติทั้งสิ้น ดังนั้นการศึกษารังนี้ก็จะศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับความแปรปรวนจำนวนสี่แผนภูมิ ได้แก่ แผนภูมิควบคุม WMVL, แผนภูมิควบคุม WMVE, แผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM กรณีข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง และการแจกแจงที่ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการ

เปรียบเทียบประสิทธิภาพคือความยาววิ่งเฉลี่ยที่กระบวนการไม่อยู่ในการควบคุม (out-of-control average run length: ARL_1) ผลที่ได้จากการศึกษาจะช่วยแก้ปัญหาในกระบวนการผลิตให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม WMVL และแผนภูมิควบคุม WMVE กับจำนวนข้อมูลในอดีตที่กำหนดให้ตัวสถิติเก็บสะสมค่าหรือผลการแผ่ (moving span: m) และศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM กับค่าอ้างอิงของแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (reference value: τ)

2. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม WMVL, แผนภูมิควบคุม WMVE, แผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM สำหรับตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวน

ขอบเขตของการศึกษา

1. แผนภูมิควบคุมที่ใช้ในการตรวจสอบความแปรปรวนในการศึกษาครั้งนี้ประกอบด้วย

1.1 แผนภูมิควบคุม WMVL ที่กำหนดค่า m เท่ากับ 20, 25 และ 30

1.2 แผนภูมิควบคุม WMVE ที่กำหนดค่า m เท่ากับ 20, 25 และ 30 และกำหนดค่าถ่วงน้ำหนักความแปรปรวนแบบเลขชี้กำลัง (λ) เท่ากับ 0.05, 0.10 และ 0.125

1.3 แผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM ที่กำหนดให้ค่าอ้างอิง (τ) เท่ากับ 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.25 และ 1.5

2. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวนทั้งสิ้น กำหนดให้ความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 200, 400 และ 800 โดยแบ่งเป็น 2 กรณีคือ

2.1 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง กำหนดความแปรปรวนเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุมคือ 1.00 และกำหนดให้กระบวนการไม่อยู่ในการควบคุมเมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปจำนวน 18 ค่า คือจาก 1.00 ไปเป็น 1.2100, 1.4400, 1.5625, 1.6900, 1.9600, 2.2500, 2.5600, 2.8900, 3.0625, 3.2400, 3.6100, 4.0000, 5.0625, 6.2500, 7.5625, 9.0000, 16.0000 และ 25.0000

2.2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงที่ กำหนดความแปรปรวนเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุมคือ 1.071429 (องศาเสรีเท่ากับ 30) และกำหนดให้กระบวนการไม่อยู่ในการควบคุมเมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปจำนวน 8 ค่า คือจาก 1.071429 ไปเป็น 1.086957, 1.111111, 1.153846, 1.250000, 1.333333, 1.500000, 2.000000, 3.000000 (องศาเสรีเปลี่ยนไปเป็น 25, 20, 15, 10, 8, 6, 4 และ 3 ตามลำดับ)

3. ค่าคงที่แสดงขีดจำกัดควบคุมบนจะหาจากการจำลอง เพื่อให้ได้ค่า ARL_0 เท่ากับ 200, 400 และ 800 โดยแผนภูมิควบคุม WMVL และแผนภูมิควบคุม WMVE จะอาศัยค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนเริ่มต้นจากสูตรที่มีไว้สำหรับกรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติ (Sparks, 2003) ส่วนแผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM จะอาศัยค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนเริ่มต้นจากตารางของ Hawkins (1992) แล้วทำการปรับค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนให้ใกล้ค่า ARL_0 มากที่สุด

4. การหาค่า ARL_1 จะใช้วิธีการจำลอง โดยการทำซ้ำ 10,000 รอบ

สถิติที่ใช้ในแผนภูมิควบคุม

1. แผนภูมิควบคุม WMVL

สถิติที่ใช้สำหรับแผนภูมิควบคุม WMVL ณ หน่วยเวลา t ที่กำหนดผลการแผ่คือ m นิยามโดย

$$S_{t,m:L}^2 = \frac{\sum_{i=t-m+1}^t w_{t-i+1} (Y_i - \hat{Y}_t)^2}{\sum_{i=t-m+1}^t w_{t-i+1}}; t = m, m+1, m+2, \dots,$$

$$i = t-m+1, t-m+2, \dots, t$$

ระบบส่งสัญญาณเตือนว่ากระบวนการไม่อยู่ในการควบคุม เมื่อ $S_{t,m,L}^2 \geq \sigma_0^2 h_{m,L}$

โดยที่ $\hat{Y}_l = 0.05Y_l + (1-0.05)\hat{Y}_{l-1}$; $l = 1, 2, 3, \dots$

$\hat{Y}_0 = 1$ สำหรับกรณีข้อมูลที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลัง ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1

$\hat{Y}_0 = 0$ สำหรับกรณีข้อมูลที่มีการแจกแจงที่มีองศาเสรีเท่ากับ 30

Y_i คือ ลักษณะคุณภาพที่วัดได้ ณ หน่วยเวลาที่ i

w_i คือ ค่าถ่วงน้ำหนักความแปรปรวนเชิงเส้นของแผนภูมิควบคุม WMVL ซึ่ง $w_i = m-i+1$

m คือ ผลการแผ่หรือจำนวนข้อมูลในอดีตที่กำหนดให้ตัวสถิติเก็บสะสมค่า ($m = 20, 25, 30$)

σ_0^2 คือ ความแปรปรวนของกระบวนการที่อยู่ในการควบคุมมีค่าเป็น 1.00 สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลัง และ 1.071429 สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงที่

$h_{m,L}$ คือ ค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม WMVL ที่ทำให้ $ARL_0 = 200, 400, 800$ ซึ่งได้จากการจำลองโดยกำหนดค่าเริ่มต้นตามสมการของ Sparks (2003)

2. แผนภูมิควบคุม WMVE

สถิติที่ใช้สำหรับแผนภูมิควบคุม WMVE ณ หน่วยเวลา t ที่กำหนดผลการแผ่คือ m นิยามโดย

$$S_{t,m,E}^2 = \frac{\sum_{i=t-m+1}^t w_{t-i+1} (Y_i - \hat{Y}_t)^2}{\sum_{i=t-m+1}^t w_{t-i+1}} ; t = m, m+1, m+2, \dots,$$

$$i = t-m+1, t-m+2, \dots, t$$

ระบบส่งสัญญาณเตือนว่ากระบวนการไม่อยู่ในการควบคุมเมื่อ $S_{t,m,E}^2 \geq \sigma_0^2 h_{m,E}$

โดยที่ $\hat{Y}_l = 0.05Y_l + (1-0.05)\hat{Y}_{l-1}$; $l = 1, 2, 3$

$\hat{Y}_0 = 1$ สำหรับกรณีข้อมูลที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลัง ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1

$\hat{Y}_0 = 0$ สำหรับกรณีข้อมูลที่มีการแจกแจงที่มีองศาเสรีเท่ากับ 30

Y_i คือ ลักษณะคุณภาพที่วัดได้ ณ หน่วยเวลาที่ i

w_i คือ ค่าถ่วงน้ำหนักความแปรปรวนเชิงเส้นของแผนภูมิควบคุม WMVE ซึ่ง $w_i = \lambda(1-\lambda)^{i-1}$

λ คือ ค่าถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลัง ($\lambda = 0.05, 0.10, 0.125$)

m คือ ผลการแผ่หรือจำนวนข้อมูลในอดีตที่กำหนดให้ตัวสถิติเก็บสะสมค่า ($m = 20, 25, 30$)

σ_0^2 คือ ความแปรปรวนของกระบวนการที่อยู่ในการควบคุมมีค่าเป็น 1.00 สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลัง และ 1.071429 สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงที่

$h_{m,E}$ คือ ค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม WMVE ที่ทำให้ $ARL_0 = 200, 400, 800$ ซึ่งได้จากการจำลองโดยกำหนดค่าเริ่มต้นตามสมการของสปาร์ค (Sparks, 2003)

3. แผนภูมิควบคุม Cumsum-SD

สถิติที่ใช้สำหรับแผนภูมิควบคุม Cumsum-SD ณ หน่วยเวลา t นิยามโดย

$$CSD_t = \max(0, D_t^2 - \tau + CSD_{t-1}) ; t = 20, 21, 22, \dots$$

$$\text{โดยที่ } D_t = \frac{(Y_t - Y_{t-1})}{\sqrt{2}\sigma_0}$$

ระบบส่งสัญญาณเตือนว่ากระบวนการไม่อยู่ในการควบคุมเมื่อ $CSD_t \geq h_{SD}$

เมื่อ Y_t คือ ลักษณะคุณภาพ ที่วัดได้ ณ หน่วยเวลาที่ t

$Y_0 = 1$ สำหรับกรณีข้อมูลที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลัง ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1

- $Y_0 = 0$ สำหรับกรณีข้อมูลที่มีการแจกแจงที่ ที่มีองศาเสรีเท่ากับ 30
- σ_0^2 คือ ความแปรปรวนของกระบวนการที่อยู่ใน การควบคุมมีค่าเป็น 1.00 สำหรับข้อมูลที่มี การแจกแจงเลขชี้กำลัง และ 1.071429 สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงที่
- τ คือ ค่าอ้างอิง ($\tau = 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50$)
- h_{SD} คือ ค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม Cusum-SD ซึ่งได้จากการจำลองโดยกำหนดค่าเริ่มต้นตามสูตรของฮอคคินส์ (Hawkins, 1992)

4. แผนภูมิควบคุม Cumsum-UM

สถิติที่ใช้สำหรับแผนภูมิควบคุม Cumsum-UM ณ หน่วยเวลา t นิยามโดย

$$CUM_t = \max(0, D_t^2 - \tau + CUM_{t-1}) \quad ; t = 20, 21, 22,$$

โดยที่ $D_t = \frac{(Y_t - \bar{Y}_{t-1})}{\sqrt{2\sigma_0}}$

ระบบส่งสัญญาณเตือนว่ากระบวนการไม่อยู่ใน การควบคุมเมื่อ $CUM_t \geq h_{UM}$

โดยที่ $CUM = 0$

$$\bar{Y}_{t,t} = \frac{\sum_{i=1}^t Y_i}{t}; \quad t = 20, 21, 22,$$

Y_t คือ ลักษณะคุณภาพ ที่วัดได้ ณ หน่วยเวลาที่ t

$Y_0 = 1$ สำหรับกรณีข้อมูลที่มีการแจกแจงเลขชี้ กำลัง ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1

$Y_0 = 0$ สำหรับกรณีข้อมูลที่มีการแจกแจงที่ ที่มีองศาเสรีเท่ากับ 30

σ_0^2 คือ ความแปรปรวนของกระบวนการที่อยู่ใน การควบคุมมีค่าเป็น 1.00 สำหรับข้อมูลที่มี การแจกแจงเลขชี้กำลัง และ 1.071429 สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงที่

τ คือ ค่าอ้างอิง ($\tau = 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50$)

h_{UM} คือ ค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม Cusum-SD ซึ่งได้จากการจำลองโดยกำหนดค่าเริ่มต้นตามสูตรของฮอคคินส์ (Hawkins, 1992)

ระเบียบวิธีการวิจัย

ผู้วิจัยจะทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมโดยการจำลองด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน จำนวน 10,000 รอบ ขั้นตอนดำเนินการมีดังนี้

1. การหาค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแต่ละแผนภูมิควบคุม ดำเนินการโดย

- (1) กำหนดค่า ARL_0
- (2) หาคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนเริ่มต้น จำแนกตามแผนภูมิควบคุม
- (3) สร้างตัวแปรสุ่ม (Y) ที่มีการแจกแจงตาม ที่ระบุและอยู่ในการควบคุมจำนวน m-1 ตัว แล้วคำนวณค่าสถิติที่ใช้สำหรับข้อมูลที่อยู่ในการควบคุม
- (4) สร้างตัวแปรสุ่ม (Y) ที่มีการแจกแจงตาม ที่ระบุและไม่อยู่ในการควบคุมอีก 9,981 ตัว แล้วคำนวณค่าสถิติที่ใช้สำหรับข้อมูลที่อยู่ในการควบคุม
- (5) หาความยาววิ่งโดยเปรียบเทียบสถิติที่คำนวณได้จากแต่ละแผนภูมิควบคุมกับค่าขีดจำกัดควบคุมบน เมื่อค่าสถิติสูงกว่าค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนจะได้ค่าความยาววิ่ง เท่ากับ t-m+1
- (6) ทำซ้ำในขั้นตอนที่ (3)-(5) จำนวน 10,000

รอบ และทำการหา ARL_0 โดย $ARL_0 = \frac{1}{10000} \sum_{k=1}^{10000} L_k$ เมื่อ L_k คือ ค่าความยาววิ่งหรือจำนวนหน่วยตัวอย่างที่ถูกต้องตรวจสอบจนกระทั่งพบว่ากระบวนการออกนอกการควบคุมในการจำลองครั้งที่ k

(7) เปรียบเทียบค่า ARL_0 ที่ได้ว่ามีค่าเท่ากับ ARL_0 ที่กำหนดหรือไม่ แล้วปรับค่าใหม่ตามขั้นตอนที่ (3)-(6) จนค่า ARL_0 ใกล้เคียงกับค่า ARL_0 ที่ต้องการมากที่สุดจากการปรับค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนที่ละ 0.0001

2. การหาค่าความยาววิ่งเฉลี่ยที่กระบวนการที่ไม่
อยู่ในการควบคุม (ARL_1) ดำเนินการโดย

(1) สร้างตัวแปรสุ่ม (Y_i) ที่มีการแจกแจงตาม
ที่ระบุและอยู่ในการควบคุมจำนวน $m-1$ ตัว แล้วคำนวณ
ค่าสถิติที่ใช้สำหรับข้อมูลที่อยู่ในการควบคุม

(2) สร้างตัวแปรสุ่ม (Y_i) ที่มีการแจกแจงตาม
ที่ระบุและไม่อยู่ในการควบคุมอีก 9,981 ตัว แล้วคำนวณ
ค่าสถิติที่ใช้สำหรับข้อมูลที่อยู่ในสถานะออกนอกการควบคุม

(3) หาค่าความยาววิ่งโดยเปรียบเทียบสถิติที่
คำนวณได้จากแต่ละแผนภูมิควบคุมกับค่าขีดจำกัดควบคุม
บนเมื่อค่าสถิติสูงกว่าค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนจะได้ค่า
ความยาววิ่ง เท่ากับ $t-m+1$

(4) ทำซ้ำในขั้นตอนที่ (1)-(3) จำนวน 10,000
รอบ และทำการหา ARL_1 โดย $ARL_1 = \frac{1}{10000} \sum_{k=1}^{10000} L_k$
เมื่อ L_k คือ ค่าความยาววิ่งหรือจำนวนหน่วยตัวอย่างที่ถูก
ตรวจสอบจนกระทั่งพบว่ากระบวนการออกนอกการควบคุม
ในการจำลองครั้งที่ k

3. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิ
ควบคุม

ใช้ค่า ARL_1 เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจ กล่าว
คือสำหรับแต่ละแผนภูมิควบคุม ซึ่งประกอบด้วยแผน
ที่ต่างกัน เช่น แผนภูมิควบคุม WMVL ที่กำหนดค่า ARL_0
เท่ากับ 200 จะประกอบไปด้วย 3 แผน คือ แผนที่กำหนด

ค่า $m = 20, m = 25$ และ $m = 30$ จะพิจารณาเลือกแผนที่
ให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุด แล้วทำการเปรียบเทียบกับแผนที่ให้
ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดของแผนภูมิควบคุมอื่น (ซึ่งกำหนด
 ARL_0 ให้เท่ากัน) โดยแผนควบคุมที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุด
จะเป็นแผนควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุดสำหรับการ
การแจกแจง

ผลการวิจัย

1. ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนกับ
พารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม

ค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม
WMVL ($h_{m,L}$) มีความสัมพันธ์ในเชิงลบกับผลการแม่ (m)
ดังแสดงใน Figure 1 ในทำนองเดียวกัน ค่าคงที่ขีดจำกัด
ควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม WMVE ($h_{m,E}$) มีความ
สัมพันธ์ในเชิงลบกับผลการแม่ (m) เช่นเดียวกับแผนภูมิ
ควบคุม WMVL และยังมีสัมพันธ์กันในเชิงบวกกับ
ค่าถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (λ) ดัง Figure 2 และ
Figure 3

ค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม
Cusum-SD (h_{SD}) และค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของ
แผนภูมิควบคุม Cusum-UM (h_{UM}) ต่างมีความสัมพันธ์
ในเชิงลบกับค่าอ้างอิง (τ) โดยมีลักษณะความสัมพันธ์คล้าย
โค้งเลขชี้กำลัง ดัง Figure 4 และ Figure 5 ตามลำดับ

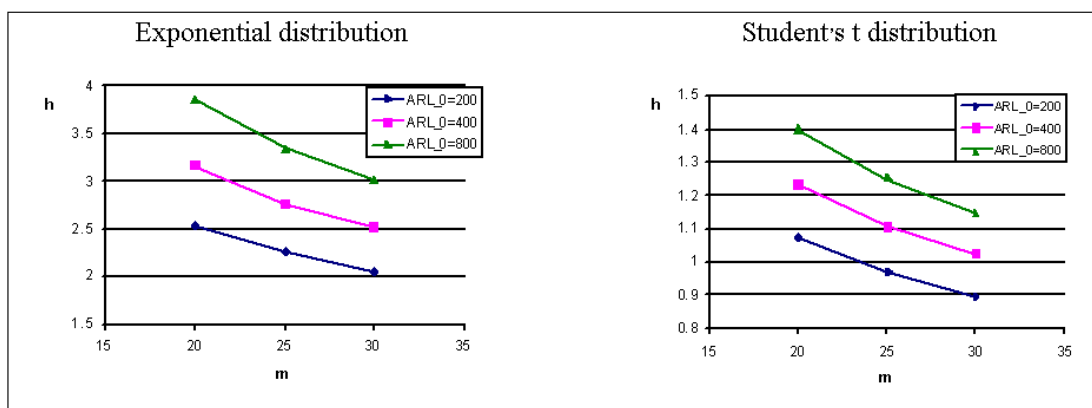


Figure 1. The relation between $h_{m,L}$ and m by ARL_0 and data distribution.

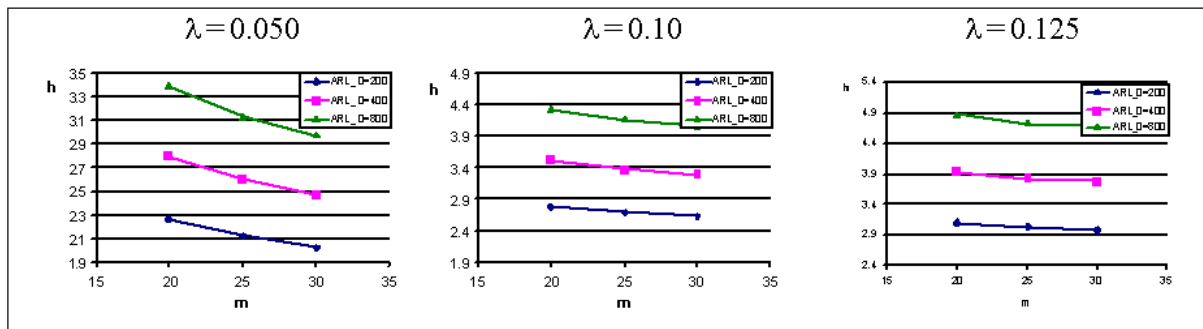


Figure 2. The relation between $h_{m,E}$ and m by ARL_0 for exponential distribution.

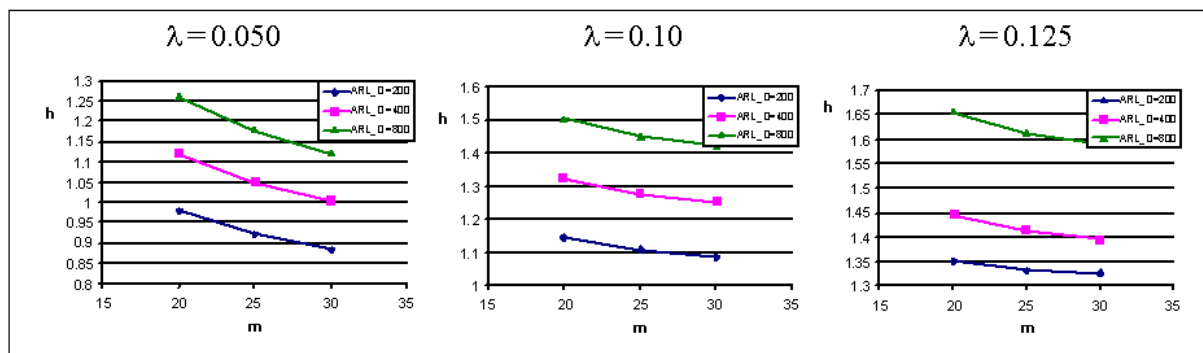


Figure 3. The relation between $h_{m,E}$ and m by ARL_0 for Student's t distribution.

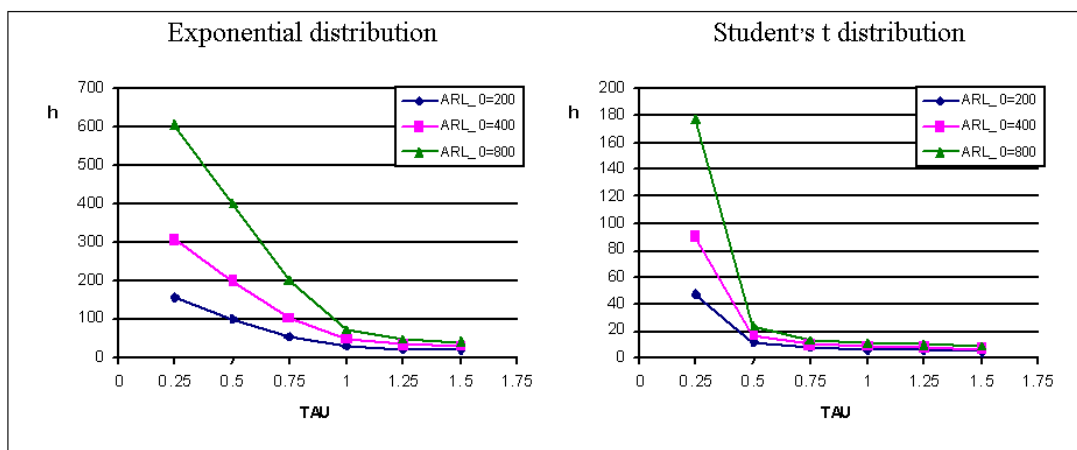


Figure 4. The relation between h_{SD} and τ by ARL_0 and data distribution.

2. การเปรียบเทียบค่าความยาววิ่งเฉลี่ยที่กระบวนการไม่
อยู่ในการควบคุม (ARL_1) ของแต่ละแผนภูมิควบคุม
การเปรียบเทียบค่า ARL_1 กรณีข้อมูลมีการแจกแจง

เลขชี้กำลัง (Table 1) ซึ่งจะเห็นว่า เมื่อกำหนด $ARL_0 =$
200 แผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม
Cusum-UM มีประสิทธิภาพในการตรวจสอบการเพิ่มขึ้น

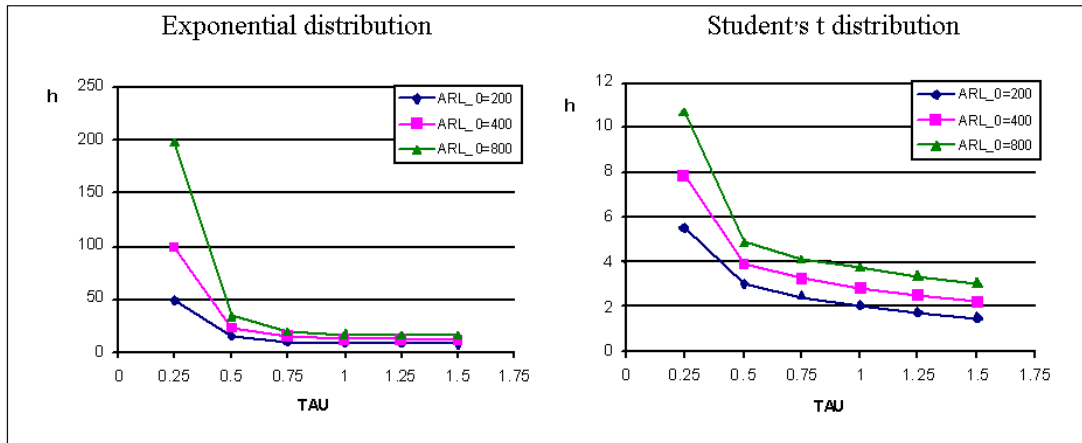


Figure 5. The relation between h_{SD} and τ by ARL_0 and data distribution.

Table 1. ARL_1 for WMVL, WMVE, Cusum-SD and Cusum-UM control charts for exponential distribution when $ARL_0 = 200$.

ความแปรปรวน	WMVL	WMVE	CUSUM-UM	CUSUM-SD
	$m = 30$ $h = 2.0589$	$m = 30 \lambda = 0.05$ $h = 2.0589$	$\tau = 0.5$ $h = 14.476$	$\tau = 1.0$ $h = 31.887$
1.0000	199.9882	200.0050	200.0029	199.9613
1.2100	112.3614	112.3564	108.5434	108.3406*
1.4400	71.4584	71.5986	68.1377*	68.5057
1.5625	58.2130	58.3510	55.9337*	57.2183
1.6900	48.5877	48.3287	47.1568*	48.981
1.9600	35.5677	35.5186	35.5185*	37.3395
2.2500	27.0390	26.9713*	28.2032	30.2926
2.5600	21.5255*	21.5760	23.0530	25.3523
2.8900	17.7944*	17.8417	19.3908	21.5744
3.0625	16.3259	16.3092*	17.9772	20.2041
3.2400	15.0107*	15.0435	16.7655	18.8334
3.6100	12.9854*	13.0813	14.6645	16.8066
4.0000	11.3813*	11.4118	12.9200	15.188
5.062	8.7081	8.6961*	9.9729	12.0559
6.2500	7.0034*	7.0034*	8.1273	9.9842
7.5625	5.9142*	5.9310	6.8110	8.5716
9.0000	5.1246	5.1150*	5.8993	7.5758
16.0000	3.4012*	3.4045	3.9342	5.2216
25.0000	2.6667*	2.6683	3.0240	4.0289

Note * denotes the minimum ARL_1

ของความแปรปรวนของกระบวนการสูงกว่าแผนภูมิควบคุม WMVL และแผนภูมิควบคุม WMVE เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเปลี่ยนแปลงไปไม่เกิน 50% และแผนภูมิควบคุม

WMVL และแผนภูมิควบคุม WMVE มีประสิทธิภาพในการตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวนของกระบวนการสูงกว่าแผนภูมิควบคุม Cusum-SD และ

Table 2. ARL_1 for WMVL, WMVE, Cusum-SD and Cusum-UM control charts for Student's t distribution when $ARL_0 = 200$.

ความแปรปรวน	WMVL	WMVE	CUSUM-UM	CUSUM-SD
	$m = 30$ $h_{m,L} = 0.8996$	$m = 30 \lambda = 0.10$ $h_{m,E} = 1.0854$	$\tau = 1.5$ $h_{UM} = 1.4727$	$\tau = 0.75$ $h_{SD} = 7.9500$
1.071429	200.0358	200.0190	200.0279	199.9816
1.086957	182.5471	180.8868	174.7746*	185.5641
1.111111	165.0421	163.0462	147.1167*	167.7891
1.153846	136.1160	133.7502	119.1191*	142.0799
1.250000	99.2421	98.0037	91.3301*	106.1797
1.333333	79.3818	78.4542	75.4484*	86.1336
1.500000	59.3025	59.0499	58.0143*	64.4247
2.000000	37.3456	36.8955*	36.8980	40.4558
3.000000	26.6916	26.0171*	26.3034	28.9541

Note * denotes the minimum ARL_1

แผนภูมิควบคุม Cusum-UM เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเปลี่ยนแปลงไปเกิน 50% ซึ่งการเปรียบเทียบสำหรับการกำหนดให้ $ARL_0 = 400$ และ $ARL_0 = 800$ ก็จะทำให้ผลการวิจัยที่ไม่แตกต่างจากการกำหนด $ARL_0 = 200$

การเปรียบเทียบค่า ARL_1 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงที่ (Table 2) ซึ่งจะเห็นว่า เมื่อกำหนด $ARL_0 = 200$ และเมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปประมาณน้อยกว่า 100% แผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีค่า ARL_1 ต่ำสุด แต่เมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปมากกว่า 100% แผนภูมิควบคุม WMVE มีค่า ARL_1 ต่ำสุด ซึ่งให้ผลการวิจัยที่สอดคล้องกันสำหรับการกำหนด $ARL_0 = 200$ และ $ARL_0 = 400$ ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าสำหรับกรณีข้อมูลมีการแจกแจงที่ แผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีประสิทธิภาพสูงสุดในการตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวนที่ไม่เกิน 1 เท่า และแผนภูมิควบคุม WMVE มีประสิทธิภาพสูงสุดในการตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวนที่มากกว่า 2 เท่า

อย่างไรก็ตาม เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 800$ หรือมีอัตราการส่งสัญญาณผิดต่ำมาก ผลการวิจัยแตกต่างจากกรณี $ARL_0 = 200$ และ $ARL_0 = 400$ นั่นคือ เมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปประมาณน้อยกว่า 200% แผนภูมิควบคุม WMVE มีค่า ARL_1 ต่ำสุด แต่เมื่อความแปรปรวนเปลี่ยนไปประมาณมากกว่า 200% แผนภูมิควบคุม

Cusum-UM มีค่า ARL_1 ต่ำสุด ดังนั้นดังแสดงใน Table 3 จึงสรุปได้ว่าเมื่อกำหนด $ARL_0 = 800$ สำหรับกรณีข้อมูลมีการแจกแจงที่ แผนภูมิควบคุม WMVE มีประสิทธิภาพสูงสุดในการตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวนที่ไม่เกิน 2 เท่า และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีประสิทธิภาพสูงสุดในการตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวนที่มากกว่า 2 เท่า

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

1. สรุปผลการวิจัย

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนกับพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมที่ใช้สำหรับตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวนของกระบวนการจำนวนสี่แผนภูมิ ได้แก่ แผนภูมิควบคุม WMVL, แผนภูมิควบคุม WMVE, แผนภูมิควบคุม Cusum-SD และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลังและการแจกแจงที่ ด้วยวิธีการจำลองโดยการทำซ้ำจำนวน 10,000 รอบ แล้วทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมด้วย ARL_1 สรุปได้ว่า

(1) กรณีข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง

ค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม

Table 3. ARL_1 for WMVL, WMVE, Cusum-SD and Cusum-UM control charts for Student's t distribution when $ARL_0 = 800$.

ความแปรปรวน	WMVL	WMVE	CUSUM-UM	CUSUM-SD
	$m = 30$ $h_{m,L} = 1.1471$	$m = 30 \lambda = 0.05$ $h_{m,E} = 1.1216$	$\tau = 0.5$ $hC_{UM} = 4.8850$	$\tau = 0.50$ $h_{CCP} = 23.9733$
1.071429	800.2859	800.2859	799.8140	799.8841
1.086957	691.7198*	695.0625	699.3507	708.5017
1.111111	566.8114	563.6977*	567.1875	588.9611
1.153846	421.9673	414.5939*	419.6221	441.9949
1.250000	252.9645	249.8298*	252.6139	277.9587
1.333333	184.0228	181.5739*	186.0262	205.5741
1.500000	118.3008	116.5727*	122.3256	140.1778
2.000000	63.2187	62.3449*	64.8729	80.0430
3.000000	41.5083	41.1748	41.0685*	53.4696

Note * denotes the minimum ARL_1

WMVL และ WMVE มีความสัมพันธ์เชิงลบแบบเชิงเส้นกับค่าผลการแพ้ นอกจากนั้นค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม WMVE ยังมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับค่าถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (λ) ส่วนค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม Cusum-SD และ Cusum-UM มีความสัมพันธ์เชิงลบแบบโค้งเลขชี้กำลังกับค่าอ้างอิงของแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (τ)

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจสอบความแปรปรวนเมื่อกำหนดค่า ARL_0 เท่ากับ 200, 400 และ 800 จะได้ในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือแผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีประสิทธิภาพสูงในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนในปริมาณน้อย และแผนภูมิควบคุม WMVL และแผนภูมิควบคุม WMVE มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันและสูงกว่าแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมทั้งสองแบบ ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนในปริมาณมาก ผลที่ได้แตกต่างจากผลการวิจัยของ Sparks (2004) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งกรณีดังกล่าวแผนภูมิควบคุม WMVL มีประสิทธิภาพสูงที่สุดในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเปลี่ยนแปลงไปไม่เกิน 200%

(2) กรณีข้อมูลมีการแจกแจงที่

ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ขีด

จำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุมทั้งสี่แผนภูมิกับค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิได้ผลการศึกษาเช่นเดียวกับกรณีข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจสอบความแปรปรวน กรณีข้อมูลมีการแจกแจงที่ เมื่อกำหนดค่า ARL_0 เท่ากับ 200 และ 400 จะได้ในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ แผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีประสิทธิภาพสูงในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนในปริมาณน้อยและแผนภูมิควบคุม WMVE มีประสิทธิภาพสูงในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนในปริมาณมาก และเมื่อกำหนดค่าความยาววิ่งเฉลี่ยที่กระบวนการอยู่ในการควบคุมเท่ากับ 800 ผลที่ได้เป็นไปในทิศทางตรงข้าม กล่าวคือแผนภูมิควบคุม WMVE มีประสิทธิภาพสูงในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนในปริมาณน้อย และแผนภูมิควบคุม Cusum-UM มีประสิทธิภาพสูงในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนในปริมาณมาก ซึ่งแตกต่างกับผลการวิจัยของ Sparks (2004) ถึงแม้ข้อมูลจะมีการแจกแจงที่มีลักษณะสมมาตรเช่นเดียวกับการแจกแจงแบบปกติ แต่แผนภูมิควบคุม WMVE กลับมีมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม WMVL, แผนภูมิควบคุม Cusum-SD และ Cusum-UM

2. ข้อเสนอแนะ

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนกับค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบเป็นแนวทางในการศึกษาตัวแบบที่ใช้ประมาณค่าคงที่ขีดจำกัดควบคุมบนสำหรับกรณีข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลังและการแจกแจงที่ สำหรับความแปรปรวนที่เปลี่ยนไปเมื่อกระบวนการไม่อยู่ในการควบคุมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นค่าที่เลือกเพื่อความสะดวกในการแปลผล จึงควรเพิ่มการศึกษาค่าความแปรปรวนค่าอื่นๆ สำหรับการแจกแจงแต่ละการแจกแจงเพื่อให้สามารถหาข้อสรุปเกี่ยวกับประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจสอบความแปรปรวนของกระบวนการให้มีความน่าเชื่อถือมากขึ้น นอกจากนี้การศึกษานี้สนใจตรวจสอบการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวน แต่สถิติบางตัวสามารถใช้ตรวจสอบการลดลงของความแปรปรวนได้ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการพัฒนาคุณภาพผลิตภัณฑ์ ดังนั้นควรมีการศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมที่ใช้สำหรับตรวจสอบการลดลงของความแปรปรวน อนึ่งการศึกษานี้สนใจการแจกแจง

แค่เพียงสองการแจกแจงเท่านั้น จึงควรทำการศึกษารณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบอื่นที่พบได้ในทางอุตสาหกรรม เช่น การแจกแจงโคชี (Cauchy distribution) และการแจกแจงเบอร์ (Burr's distribution) เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

- Acosta-Mejia, C.A., and Pignatiello, J.R. 2000. Monitoring process dispersion without subgrouping, *J. of Qual. Tech.*, 32: 89-102.
- Hawkins, D.M. 1981. A CUSUM for a scale parameter, *J. of Qual. Tech.*, 13(4): 228-231.
- Hawkins, D.M. 1992. A fast, accurate approximation of average run lengths of CUSUM control charts, *J. of Qual. Tech.*, 24(1): 37-43.
- Sparks, R.S. 2003. Monitoring for increases in process variance, *Aust. N.Z. J. of Stat.*, 45: 383-394.
- Sparks, R.S. 2004. Weighted moving average: An efficient plan for monitoring specific location shifts, *Int. J. of Production Research*, 42: 2521-2528.