

พฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกด้วยสารหล่อลื่นแบบของไหลนิวโตเนียน

Performance Characteristics of Thermoelastohydrodynamic Lubrication in Line Contact with Newtonian Lubricant

สุนทร รัตภาสกร¹ และ ขนิษฐา วงษ์สีดาแก้ว²

Sountaree Rattapasakorn¹ and Khanittha Wongseedakaew²

¹ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยกรุงเทพ ปทุมธานี 12120

E-mail: sountaree.t@bu.ac.th

² ภาควิชาเทคโนโลยีวิศวกรรมเครื่องกล วิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
เขตบางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

E-mail: khanitthaw@kmutnb.ac.th

โทร. 02-9020299 ต่อ 2539 โทรสาร 02-5168554

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกของทรงกระบอกที่มีการสัมผัสเป็นเส้นด้วยสารหล่อลื่นที่เป็นของไหลนิวโตเนียนในสภาวะคงตัว ด้วยการจำลองผลทางคณิตศาสตร์เชิงตัวเลขร่วมกับระเบียบวิธีมัลติกริด เพื่อแก้สมการเรย์โนลด์ สมการการเปลี่ยนแปลงรูปร่างและสมการพลังงาน เพื่อหาการกระจายของความดัน อุณหภูมิ ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่น และสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ศึกษาในกรณีที่เปลี่ยนแปลงภาวะที่กระทำ ความเร็ว ค่าอีลาสติกโมดูลัส และขนาดของทรงกระบอก พบว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่น และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลงแต่ความดันและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อภาวะที่กระทำและอีลาสติกโมดูลัสของวัสดุเพิ่มขึ้น เมื่อเพิ่มความเร็วของทรงกระบอกเป็นผลให้อุณหภูมิ ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น

Abstract

This paper presents the result of a steady state of thermoelastohydrodynamic lubrication of parallel cylinders in line contact with Newtonian lubricant. The simultaneous system of Reynolds equation, elastic equation and energy equation was solved using Newton-Raphson method and

multigrid method. Film pressure, film thickness, film temperature profiles and friction coefficient were determined in the contact region at various loads, speeds and elastic modulus. The simulation results show film thickness and friction coefficient decrease but film pressure and film temperature increase when load and elastic modulus increased. For increasing speeds, film thickness, film temperature and friction coefficient increases.

1. บทนำ

พฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกมีความสำคัญมากต่อการศึกษาการหล่อลื่นแบบฟิล์มบาง เช่น การหล่อลื่นในโรลเลอร์แบร์ริง เพื่อเป็นต้นในการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกมีความซับซ้อนและยุ่งยากมาก Dowson and Higginson[1] ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกที่มีสัมผัสเป็นเส้นโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข พบว่าฟิล์มสารหล่อลื่นที่เกิดขึ้นบางมาก Hook[2] ศึกษาพบว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นจะขึ้นอยู่กับชนิดของสารหล่อลื่นและประเภทของวัสดุ Kaneta[3] ศึกษาผลกระทบจากค่าการนำความร้อนของวัสดุมีผลต่ออุณหภูมิและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นค่าการ Mongkolwongrojn[4] ศึกษาการเปลี่ยนแปลงผลของอุณหภูมิสารหล่อลื่นที่มีต่อการหล่อลื่นแบบฟิล์มบาง

เนื่องจากการศึกษาการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกที่สัมผัสแบบเส้นที่ของไหลมีพฤติกรรมเป็นของไหลแบบนอนนิวโตเนียน มีความสลับซับซ้อนมาก ดังนั้นสมการจึงมีความไม่เป็นเชิงเส้นสูงทำให้การคำนวณมีความยุ่งยากและใช้เวลาในการคำนวณนาน Christopher[5] นำเสนอวิธีมัลติกริดที่มีประสิทธิภาพเพื่อลดระยะเวลาการคำนวณ บทความนี้ได้นำเสนอพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบ เทอร์โมอิลาสโตไฮโดรไดนามิกในสภาวะคงที่มีการสัมผัสเป็นเส้นด้วยสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมเป็นของไหลชนิดนิวโตเนียน โดยเปลี่ยนแปลงภาวะความเร็ว และค่าอิลาสติกโมดูลัสของทรงกระบอก

2. ทฤษฎีการหล่อลื่น

2.1 สมการเรย์โนลด์

การจำลองผลพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอิลาสโตไฮโดรไดนามิกที่มีการสัมผัสเป็นเส้นด้วยสารหล่อลื่นที่เป็นของไหลนิวโตเนียนสมการเรย์โนลด์แบบไร้มิติในสภาวะคงตัว

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\varepsilon \frac{\partial P}{\partial X} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) \quad (1)$$

$$\text{เมื่อ} \quad \varepsilon = \frac{\bar{\rho} H^3}{\eta}, \quad \Lambda = \frac{\bar{\mu} \mu_0 R_X^2}{b^3 P_H} \quad (2)$$

โดยที่เงื่อนไขขอบสำหรับสมการเรย์โนลด์

$$P(X_{IN}) = 0, \quad P(X_{OUT}) = (\partial P / \partial X)_{X=X_{OUT}} = 0$$

2.2 สมการความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่น

สมการความหนาฟิล์มแบบไร้มิติขึ้นอยู่กับลักษณะกายภาพของผิวสัมผัสและการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของผิวสัมผัส

$$H_i = H_0 + X_i^2 / 2 + \bar{\delta}_i \quad (3)$$

เมื่อ

$$\bar{\delta}_i = -\frac{\Delta X}{2\pi} \sum_{j=0}^N P_j \ln \left(\left| \frac{X_{i+1} + X_i}{2} - X_j \right| \left| \frac{X_i + X_{i-1}}{2} - X_j \right| \right)$$

2.3 สมการความหนาแน่นของสารหล่อลื่น

ความหนาแน่นของสารหล่อลื่นขึ้นอยู่กับความดันและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่น ในรูปแบบไร้มิติ [1]

$$\bar{\rho} = \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P} \right) (1 - \beta T_0 (\bar{\theta} - 1)) \quad (4)$$

2.4 สมการความหนืดของสารหล่อลื่น

ความหนืดของสารหล่อลื่นเปลี่ยนแปลงตามความดันและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่น ในรูปแบบไร้มิติ [6]

$$\bar{\mu} = \exp \left\{ \begin{aligned} & (\ln \mu_0 + 9.67) \left(-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P)^{Z_1} \right) \\ & - \gamma T_0 (\bar{\theta} - 1) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2.5 สมการสมดุลแรง

ภาวะแบบไร้มิติ ที่ทรงกระบอกได้รับเท่ากับผลรวมของแรงที่กระทำผ่านฟิล์มของสารหล่อลื่น

$$\int_{X_{IN}}^{X_{OUT}} P dX = \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

2.6 สมการพลังงาน

การรับภาระของทรงกระบอก ส่งผลให้สารหล่อลื่นมีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ จากพลังงานความร้อนของการอัดตัวของสารหล่อลื่นและความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นในฟิล์มของสารหล่อลื่น สมการพลังงานในรูปแบบไร้มิติที่มีการสัมผัสเป็นเส้น

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = K_{T1} \left(\frac{\bar{\rho} H^2}{\bar{k}_p} \right) \left(\tilde{u} \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - K_{T2} \left(\frac{\bar{\mu}}{\bar{k}_p} \right) \left[\frac{\partial \tilde{u}}{\partial Z} \right]^2 - K_{T3} \left(\frac{\theta H^2}{\bar{k}_p} \right) \left(\tilde{u} \frac{\partial P}{\partial X} \right) \quad (7)$$

เมื่อ

$$K_{T1} = \bar{u} \rho_0 C_p b^3 / k_0 R_X^2, \quad K_{T2} = \mu_0 \bar{u}^2 / k_0 T_0$$

$$K_{T3} = \beta \bar{u} b^3 P_H / k_0 R_X^2$$

$$\bar{k}_p = 1 + \frac{1.73 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 6.91 \times 10^{-10} P_H P}, [7] \quad (8)$$

โดยมีเงื่อนไขขอบสำหรับสมการพลังงาน [8]

$$\bar{\theta}_{S1/S2} = 1 + D_{1/2} \int_{X_{IN}}^{X_i} \left(\frac{\bar{k}_p}{H} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=0/1} \frac{dX'}{\sqrt{X_i - X'}} \quad (9)$$

เมื่อ

$$D_{1/2} = \frac{k_0 R_x}{\sqrt{\pi \bar{\mu} \rho_{1/2} C_{P,1/2} k_{1/2} b^3 (1 \pm S_x/2)}}, \quad \theta_{X=0} = 1$$

2.7 สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

สมการสัมประสิทธิ์ความเสียดทานคืออัตราของผลรวมของแรงเฉือนที่ผิวตลอดทั้งพื้นที่ต่อภาระที่กระทำ ในรูปแบบไร้มิติจะได้ว่า

$$f_w = \left(\frac{\mu_0 \bar{\mu} R_x}{w'_c b} \right) \int_{X_{IN}}^{X_{OUT}} \left(\frac{\bar{\mu}}{H} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX \quad (10)$$

3. ผลการคำนวณ

บทความนี้เป็นการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางเมื่อคิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่นในสภาวะคงตัว คุณสมบัติของทรงกระบอกและสารหล่อลื่นตามตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ลักษณะของทรงกระบอกและพิกัดที่ใช้ในการจำลองผลตามรูปที่ 1

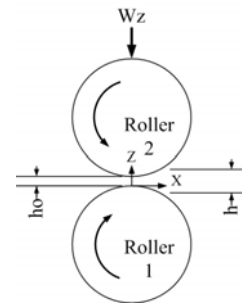
ตารางที่ 1 คุณสมบัติของวัสดุ

คุณสมบัติของวัสดุ	ทรงกระบอก
Elasticity Modulus, GPa	205
Density, kg/m ³	7850
Poisson ratio	0.30
Specific Heat, J/(kg-K)	475
Thermal conductivity, W/(m-K)	50.2

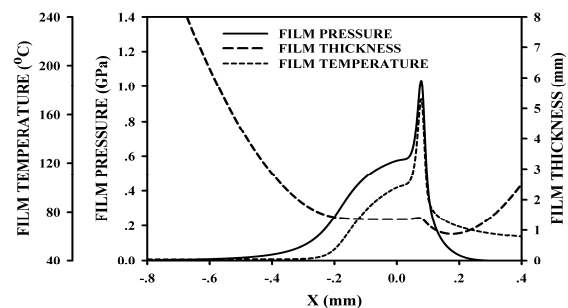
ตารางที่ 2 คุณสมบัติของสารหล่อลื่น

คุณสมบัติของสารหล่อลื่น	SAE-90
Inlet density, kg/m ³	892.80
Inlet viscosity, Pa-s	0.1946
Viscosity-Pressure index	0.3917

การจำลองผลด้วยสารหล่อลื่น SAE-90 ทรงกระบอกตัวที่ 1 และ 2 หมุนด้วยความเร็ว 0.50 และ 1.50 m/s ตามลำดับรับภาระ 200,000 N/m พบว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วจากนั้นจึงมีค่าเพิ่มขึ้น ความดันและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว การกระจายความดัน ความหนา ความหนืดและอุณหภูมิของสารหล่อลื่น บริเวณใกล้ทางออกของช่วงการสัมผัส แสดงดังรูปที่ 2



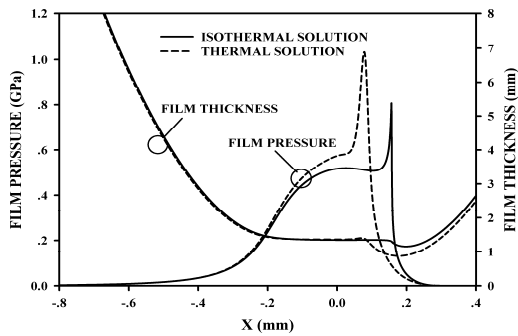
รูปที่ 1 ลักษณะของทรงกระบอกและพิกัดที่ใช้ในการจำลองผล



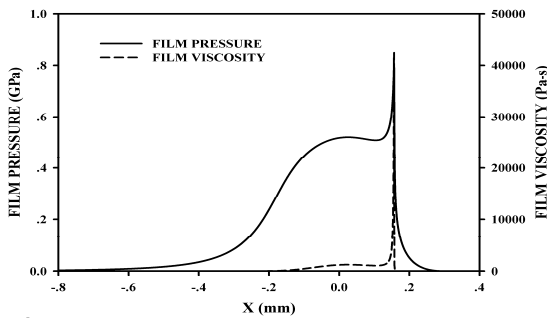
รูปที่ 2 การกระจายความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัสเมื่อคิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิสารหล่อลื่น

เมื่อคิดการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่น พบว่าความดันฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าสูงกว่าแต่ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยกว่ากรณีไม่คิดผลการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่น การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นทำให้ความหนืดของฟิล์มสารหล่อลื่นลดลงอย่างรวดเร็ว ดังนั้นความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นจึงมีค่าน้อยกว่าความหนาของ

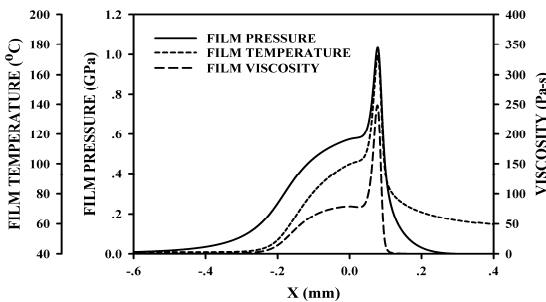
ฟิล์มสารหล่อลื่นกรณีไม่คิดการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นแสดงดัง รูปที่ 3 รูปที่ 4 และรูปที่ 5



รูปที่ 3 การกระจายความดันและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัสเปรียบเทียบในกรณีคิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิสารหล่อลื่นกับไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิสารหล่อลื่น



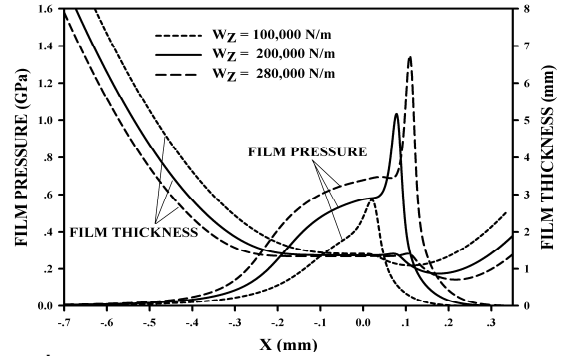
รูปที่ 4 การกระจายความดันและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัสเมื่อไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิสารหล่อลื่น



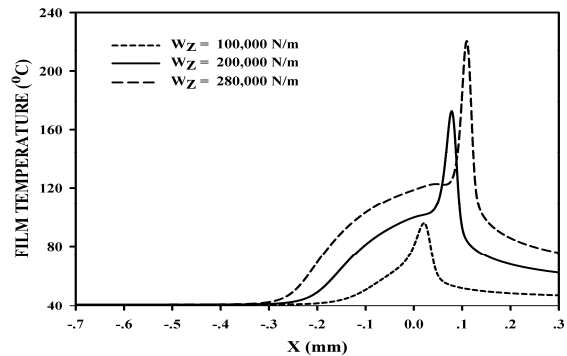
รูปที่ 5 การกระจายความดัน ความหนาและความหนืดของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัสเมื่อคิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิสารหล่อลื่น

เมื่อภาระที่กระทำต่อทรงกระบอกเพิ่มขึ้นพบว่าความกว้างของการสัมผัสมีค่าเพิ่มขึ้นเนื่องภาระที่กระทำกับทรงกระบอก

ทำให้ทรงกระบอกเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเพิ่มขึ้น และส่งผลให้ความดันและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลง แสดงดังรูปที่ 6 รูปที่ 7 และรูปที่ 8



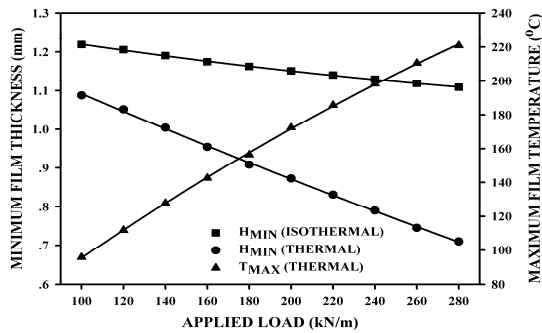
รูปที่ 6 การกระจายความดันและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัสเมื่อคิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิสารหล่อลื่น



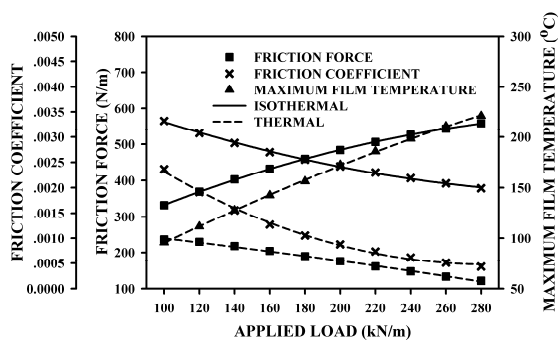
รูปที่ 7 การกระจายอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัส

เมื่อภาระที่ทรงกระบอกได้รับเพิ่มขึ้น แรงเสียดทานกรณีไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์ม สารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น แต่แรงเสียดทานมีค่าลดลงเมื่อคิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่น เนื่องจากอุณหภูมิของสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นตามภาระที่กระทำ ส่งผลให้ความหนืดของฟิล์มสารหล่อลื่นลดลงทำให้แรงเสียดทานมีค่าลดลง แต่ทั้งกรณีที่ไม่คิดและไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่น สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลงเมื่อภาระที่กระทำกับทรงกระบอกมีค่าเพิ่มขึ้น แสดงดังรูปที่ 9 เมื่อความเร็วของทรงกระบอกเพิ่มขึ้นพบว่า ความหนาและ

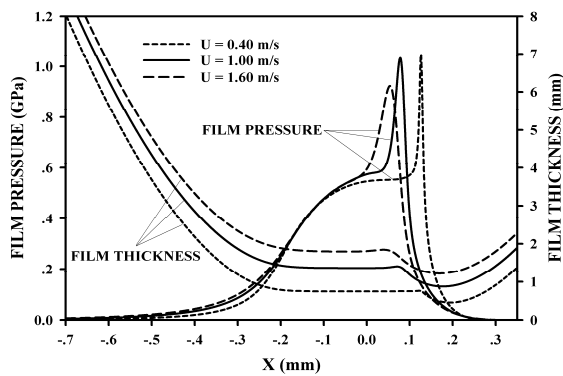
อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากเมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นอัตราการไหลของสารหล่อลื่นและแรงเฉือนของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นทำให้ระยะห่างระหว่างทรงกระบอกและอุณหภูมิของสารหล่อลื่นเพิ่มขึ้น แสดงดังรูปที่ 10 และรูปที่ 11



รูปที่ 8 ความหนาฟิล์มที่น้อยที่สุดและอุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อทรงกระบอกรับภาระต่างๆ

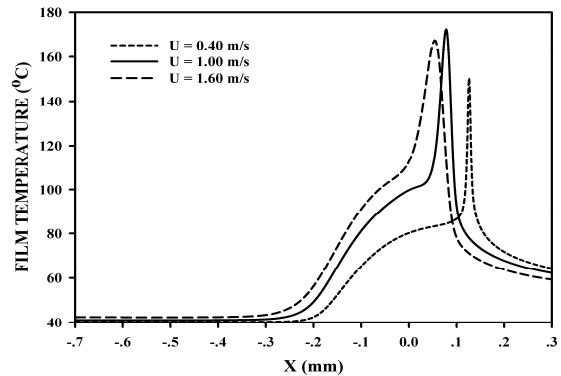


รูปที่ 9 แรงเสียดทาน สัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อทรงกระบอกรับภาระต่างๆ

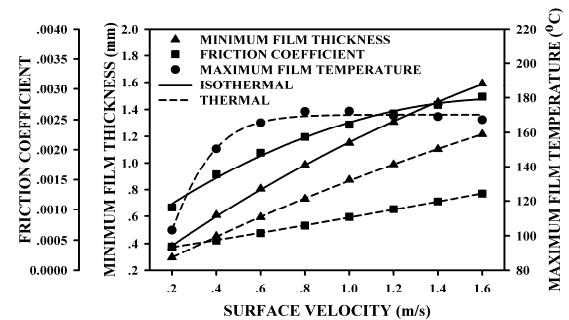


รูปที่ 10 การกระจายความดันและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัส

เมื่อความเร็วของทรงกระบอกเพิ่มขึ้นพบว่าความหนาฟิล์มที่น้อยที่สุดของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น อุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น และเริ่มคงที่เมื่อความเร็วของทรงกระบอกมีค่ามากกว่า 0.8 m/s เนื่องจากความเครียดเฉือนของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าคงที่ แสดงดังรูปที่ 12

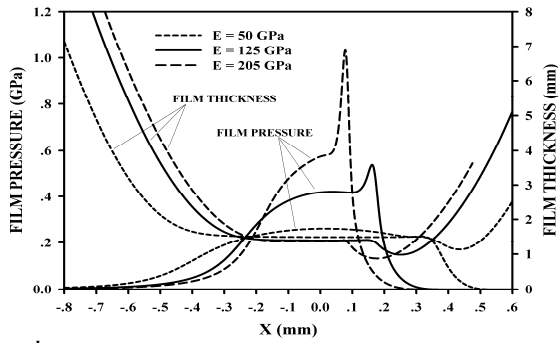


รูปที่ 11 การกระจายอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัส

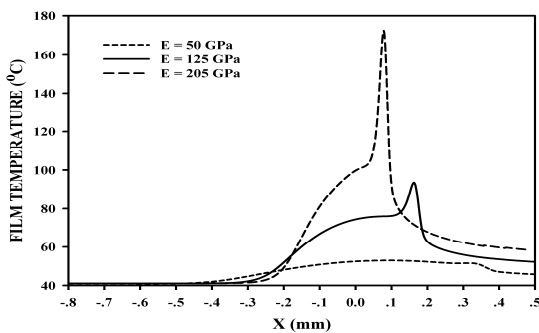


รูปที่ 12 ความหนาฟิล์มที่น้อยที่สุด อุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน เมื่อความเร็วของทรงกระบอกต่างๆ

ถ้าอัตราตักโมดูลัสหรือความแข็งแรงของทรงกระบอกที่เพิ่มขึ้น ทำให้ทรงกระบอกเกิดการเสียรูปได้ยาก ดังนั้นระยะการสัมผัสมีค่าลดลงตามความแข็งแรงที่เพิ่มขึ้นของทรงกระบอก เป็นผลให้ความดันและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลง แสดงดังรูปที่ 13 และรูปที่ 14

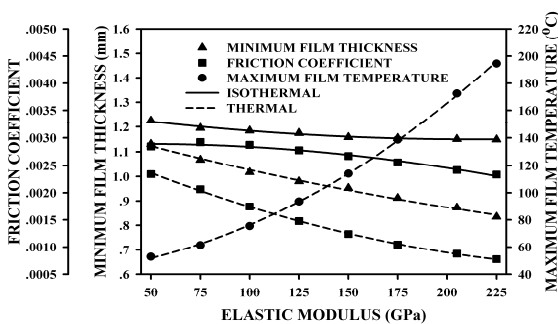


รูปที่ 13 การกระจายความดันและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัส



รูปที่ 14 การกระจายอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัส

อุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าอีลาสติกโมดูลัสของทรงกระบอกเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ความหนืดความหนาน้อยสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลง แสดงดังรูปที่ 15



รูปที่ 15 ความหนาฟิล์มน้อยสุด สัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดเมื่อทรงกระบอกมีค่าอีลาสติกโมดูลัสต่างๆ

4. สรุป

จากการจำลองผลพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โม อีลาสโตไฮโดรไดนามิกที่สัมผัสเป็นเส้นด้วยสารหล่อลื่นที่เป็นของไหลแบบนิวโตเนียนสรุปผลได้ดังต่อไปนี้

4.1 ผลของอุณหภูมิของสารหล่อลื่นที่เพิ่มขึ้นมีผลทำให้ความหนืดของสารหล่อลื่นลดลงมากกว่าการเพิ่มขึ้นของความหนืดเนื่องจากความดัน

4.2 เมื่อภาระที่ทรงกระบอกได้รับเพิ่มขึ้นความดันอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นและแรงเสียดทาน มีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลง

4.3 ความเร็วของทรงกระบอกที่เพิ่มขึ้นทำให้อุณหภูมิความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่น และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น

4.4 เมื่อค่าอีลาสติกโมดูลัสของทรงกระบอกเพิ่มขึ้นความดันและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลง

5. สัญลักษณ์

b semi-width of Hertzian contact, $b = R_x \left(\frac{8W'}{\pi} \right)^{1/2}$

E_1, E_2 Elastic Modulus of Roller, Pa

E' Equivalent modulus of elasticity, Pa,

$$E' = 2 / \left\{ (1 - \nu_2^2 / E_2) + (1 - \nu_1^2 / E_1) \right\}$$

h lubricant film thickness, m

H dimensionless film thickness, $H = h / (b^2 / R_x)$

k thermal conductivity, $W / (m^2 \cdot K)$

\bar{k}_p dimensionless thermal conductivity

p film pressure, Pa

P dimensionless pressure, $P = p / P_H$

P_H Hertzian's contact pressure, Pa, $P_H = E' \left(\frac{W'}{2\pi} \right)^{1/2}$

r_1, r_2 รัศมีของทรงกระบอก, m

R_x radii of curvature, m, $1/R_x = 1/r_1 + 1/r_2$

S_x slip ratio, $S_x = (u_2 - u_1)/\bar{u}$
 T film temperature, °C
 T_0 inlet film temperature, °C
 u_1, u_2 ความเร็วผิวสัมผัสของทรงกระบอก, m/s
 \bar{u} ความเร็วเฉลี่ยของผิวสัมผัส, m/s, $\bar{u} = (u_2 + u_1)/2$
 w'_z Applied load, N
 W' Dimensionless load, $W' = w'/E'R_x$
 x coordinate x-axial, m
 X dimensionless coordinates, $X = x/b$
 z coordinate z-axial, m
 Z dimensionless coordinates, $Z = z/h$
 ρ lubricant density, kg/m³
 ρ_0 lubricant density at ambient pressure, kg/m³
 $\bar{\rho}$ dimensionless density, $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$
 μ_0 viscosity at ambient pressure, Pa-s
 ν_1, ν_2 Poisson ratio of cylinder
 θ dimensionless film temperature
 θ_s dimensionless surface temperature

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] Dowson, D. and Higginson, G.R., "Elasto-hydrodynamic Lubrication: The Fundamental of Roller and Gear Lubrication", Pergamon, Oxford, 1966.
 [2] Hooke, C.J., "The Minimum Film Thickness in Line Contacts During Reversal of Entrainment", Journal of Tribology, vol.115, 1993, pp.191-199.
 [3] Kaneta, M. and Yang, P., "Effects of Thermal Conductivity of Contacting Surfaces on Point EHL Contacts", Journal of Tribology, Vol 125, 2003, pp. 731-738.
 [4] Mongkolwongrojn, M., Aiumpornsin, C. and Thammakosol, K., "Theoretical Investigation in Thermoelastohydrodynamic Lubrication with Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Load Change", Journal of Tribology, Vol 128, 2006, pp. 771-777.
 [5] Christopher E. Goodyer, Roger Fairlie, Martin Berzins,

- Laurence E. Scales, "Adaptive Mesh Methods for Elastohydrodynamic Lubrication", ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference, Swansea, Wales, UK, 2001.
 [6] Roelands, C.J.A., "Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils", Druk, V.R.B., Groingen, Netherland, 1969.
 [7] Wang, S., Cusano, C. and Conry, T. F., "Thermal Analysis of Elastohydrodynamic Lubrication of Line Contacts Using the Ree-Eyring Fluid Model", Journal of Tribology, Vol 113, 1991, pp. 232-244.
 [8] Hua, D.Y. and Khonsari, M., "Elastohydrodynamic Lubrication by Powder Slurries", Journal of Tribology, Vol 118, 1996, pp. 67-73.
 [9] Bernard J. Hamrock, "Fundamental of fluid film lubrication", McGraw-Hill, Singapore, 1994.