

คุณลักษณะพลวัตและการควบคุม กระบอกลูกสูบนิวแมติกความเร็วสูง

ผศ.ดร.บุญสร้าง ดีโรกสถาพร

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

นายครรชิต เกื้อหนู

นักศึกษาระดับปริญญาโท

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

บทคัดย่อ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้ในการศึกษาลักษณะพลวัตและการควบคุมกระบอกลูกสูบนิวแมติกขับเคลื่อนที่ความเร็วสูง จากผลการวิเคราะห์ที่ได้จากแบบจำลองพบว่า ลักษณะทางพลวัตของกระบอกลูกสูบนิวแมติกขึ้นอยู่กับความดันขาเข้า พื้นที่หน้าตัดของออร์ifice และมวลของภาระ สำหรับผลตอบสนองของความเร็วของกระบอกลูกสูบนิวแมติกในกรณีที่มีการควบคุมพบว่า ผลตอบสนองในการนี้ที่มีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์มีความเร็วและความแม่นยำกว่าผลตอบสนองในการนี้ที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนและแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล นอกจากนี้จากการทดลองเพื่อทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองยังพบว่า ผลตอบสนองที่ได้จากทฤษฎีสอดคล้องเป็นอย่างดีกับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

Dynamic Characteristics and Control of High Speed Pneumatic Cylinders

Dr. Boonsrang Direcksataporn

Assistant Professor

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering Khon Kean University

Mr. Kunchit Kuanoon

Master Student

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering Khon Kean University

Abstract

A mathematical model is developed for investigating the dynamic characteristics and control of pneumatic cylinders at high speed driving. Analytical results obtained from the proposed model obviously indicate that the dynamic behavior of the pneumatic cylinders depend upon the inlet pressure, the orifice area and the load mass. For the velocity responses of the pneumatic cylinders using control action, it is obvious that the responses using the proportional-integral-derivative control action are more accurate and faster than those of the proportional control action and the proportional-integral control action. In addition, experiments have also been conducted in order to verify the validity of the proposed model. It has been found that the theoretical responses are in good agreement with the experimental data.

บทนำ

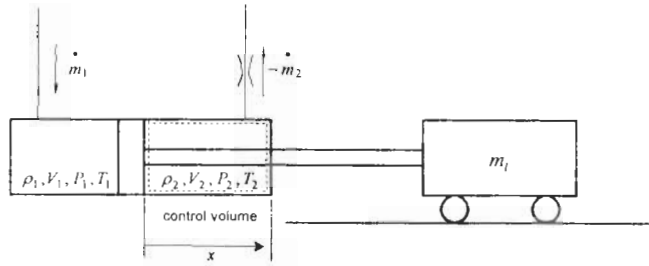
ระบบอนุเมตติคส์เป็นระบบที่ใช้อากาศเป็นสารทำงานจึงมีความสะอาด นอกจากนี้ยังใช้งานได้ง่ายและเป็นระบบที่มีความปลอดภัยสูงจึงได้รับความนิยมอย่างกว้างขวางในทางอุตสาหกรรม โดยเฉพาะในระบบที่ใช้การขับเคลื่อนภาระในแนวตรงหรือใช้ขับเคลื่อนกล ระบบอนุเมตติคส์ที่ใช้งานตามปกติจะมีความเร็วอยู่ในช่วง 50 ถึง 500 มิลลิเมตรต่อวินาที ในกระบวนการทางอุตสาหกรรมที่ต้องการความเร็วในการทำงานสูงระบบอนุเมตติคส์อาจจะต้องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่สูงกว่านี้ แต่จากการที่อากาศเป็นของไหลที่อัดตัวได้ทำให้การเคลื่อนที่ของระบบอนุเมตติคส์ที่มีความเร็วสูงขาดความแม่นยำและความราบเรียบในการทำงาน ดังนั้น ในงานที่ต้องการความแม่นยำและความละเอียดสูงจึงมักหลีกเลี่ยงที่จะใช้การขับเคลื่อนด้วยระบบอนุเมตติคส์ การศึกษาในที่นี้จะเป็นการศึกษาถึงคุณลักษณะพลวัตและการควบคุมระบบอนุเมตติคส์ขับเคลื่อนที่ความเร็วสูงเพื่อต้องการทราบถึงพฤติกรรมในการทำงานเมื่อสภาวะของการทำงานเปลี่ยนแปลงไป ซึ่งข้อมูลดังกล่าวจะช่วยให้สามารถออกแบบระบบควบคุมอนุเมตติคส์ได้อย่างเหมาะสม

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอนุเมตติคส์ได้ถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้ศึกษาคุณลักษณะพลวัตและการควบคุมระบบอนุเมตติคส์ขับเคลื่อนที่ความเร็วสูง โดยในรูปที่ 1 ได้แสดงอุปกรณ์ที่สำคัญของระบบซึ่งได้แก่ ระบบอนุเมตติคส์ ภาระที่ต้องการขับเคลื่อน และวาล์วควบคุมการไหลของอากาศซึ่งทำหน้าที่ควบคุมความเร็วของลูกสูบและก้านสูบในขณะที่เคลื่อนที่ออกขับเคลื่อนภาระ

สำหรับสมมุติฐานที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองมีดังนี้คือ

1. อากาศที่ใช้เป็นสารทำงานเป็นแก๊สอุดมคติ
2. การเปลี่ยนแปลงของระบบถือว่าเป็นกระบวนการแบบอะเดียเบติก
3. ความดันภายในระบบอนุเมตติคส์ทางด้านเข้าถือว่ามีความคงที่และเท่ากับความดันขาเข้า
4. สภาวะการไหลของอากาศออกผ่านวาล์วควบคุมเป็นการไหลที่สภาวะใช้ค
5. ความเสียดทานของระบบถือว่าน้อยมาก



รูปที่ 1 แผนภาพการทำงานของกระบอกสูบนิวแมติกส์

พิจารณาปริมาตรควบคุมดังแสดงในรูปที่ 1 จากกฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์

$$\frac{dQ_2}{dt} - \frac{dW_2}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{c.v.} \left(u_2 + \frac{v^2}{2} + gz \right) \rho dV + \int_{c.v.} \left(u_{2c} + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho \bar{v} d\vec{A} \quad (1)$$

อัตราของงานที่ทำโดยระบบ

$$\frac{dW_2}{dt} = P_2 \frac{dV_2}{dt}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานที่สะสมในปริมาตรควบคุม

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{c.v.} \left(u_2 + \frac{v^2}{2} + gz \right) \rho dV = \frac{dU_2}{dt}$$

อัตราสุทธิของพลังงานเนื่องจากการไหลที่ออกจากปริมาตรควบคุม

$$\int_{c.v.} \left(u_{2c} + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho \bar{v} d\vec{A} = \dot{m}_2 h_{2c}$$

เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของระบบถือว่าเป็นกระบวนการอะเดียเบติก และถือว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ ดังนั้นสมการ (1) จะลดรูปเหลือเพียง

$$\frac{dU_2}{dt} = -\dot{m}_2 h_{2c} - P_2 \frac{dV_2}{dt} \quad (2)$$

พลังงานภายในปริมาตรควบคุมคือ

$$U_2 = m_2 C_v T_2$$

และอนุพันธ์ของพลังงานภายในเทียบกับเวลาคือ

$$\frac{dU_2}{dt} = C_v \left(m_2 \frac{dT_2}{dt} + T_2 \frac{dm_2}{dt} \right) \quad (3)$$

เนื่องจากเอนทาลปี คือ

$$h_{2e} = C_p T_{2e} \quad (4)$$

จากการศึกษาของ J.L. Shearer [7] พบว่า อุณหภูมิ $T_{2e} = T_2$ และเมื่อแทนสมการ (3) และสมการ (4) ในสมการ (2) จะได้ว่า

$$C_v \left(m_2 \frac{dT_2}{dt} + T_2 \frac{dm_2}{dt} \right) = -C_p T_2 \dot{m}_2 - P_2 \frac{dV_2}{dt} \quad (5)$$

เนื่องจากอากาศเป็นแก๊สอุดมคติ ดังนั้นจะได้ว่า

$$P_2 V_2 = m_2 R T_2$$

และอนุพันธ์ของสมการสถานะของอากาศเทียบกับเวลาคือ

$$P_2 \frac{dV_2}{dt} + V_2 \frac{dP_2}{dt} = R \left(m_2 \frac{dT_2}{dt} + T_2 \frac{dm_2}{dt} \right) \quad (6)$$

จากสมการ (5) และสมการ (6) จะได้ว่า

$$k P_2 \frac{dV_2}{dt} + V_2 \frac{dP_2}{dt} = -k R T_2 \dot{m}_2 \quad (7)$$

สมการของปริมาตรกระบอกสูบในปริมาตรควบคุมคือ

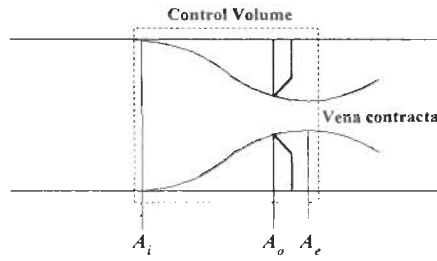
$$V_2 = V_{2o} - A_2 x \quad (8)$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรกระบอกสูบจากสมการ (8) คือ

$$\frac{dV_2}{dt} = -A_2 \frac{dx}{dt} \quad (9)$$

แทนสมการ (9) ในสมการ (7) จะได้ว่า

$$V_2 \frac{dP_2}{dt} - kP_2 A_2 \frac{dx}{dt} = -kRT_2 \dot{m}_2 \tag{10}$$



รูปที่ 2 การไหลของอากาศผ่านวาล์วควบคุม

พิจารณาการไหลของอากาศผ่านวาล์วควบคุมด้านขาออกดังแสดงในรูปที่ 2 โดยถือว่าเป็นการไหลแบบคงที่ จากกฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{c_v} \left(u + \frac{v^2}{2} + gz \right) \rho dV + \int_{c_v} \left(u + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho \vec{v} d\vec{A} \tag{11}$$

เนื่องจากการไหลถือว่าเป็นกระบวนการอะเดียเบติก ไม่มีงานเพลลา ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของพลังงานที่สะสมในปริมาตรควบคุมและไม่มีการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ ดังนั้น สมการ (11) จะลดรูปเหลือเพียง

$$\dot{m}_e \left(h_e + \frac{v_e^2}{2} \right) - \dot{m}_i \left(h_i + \frac{v_i^2}{2} \right) = 0 \tag{12}$$

เนื่องจากเส้นผ่านศูนย์กลางของกระบอกสูบใหญ่กว่าออร์ฟิสของวาล์วมากๆ จึงถือว่า ความเร็วของอากาศก่อนเข้าสู่ออร์ฟิสมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความเร็วของอากาศขณะที่ออกจากออร์ฟิส ดังนั้นจะได้ว่า

$$v_e = \sqrt{\left(\frac{2k}{k-1} \right) \frac{P_2}{\rho_2} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \tag{13}$$

และสมการอัตราการไหลของมวลของอากาศผ่านวาล์วคือ

$$\dot{m}_2 = \rho_c A_c \sqrt{\left(\frac{2k}{k-1}\right) \frac{P_2}{\rho_2} \left\{1 - \left(\frac{P_c}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right\}}$$

กำหนดให้ C_d คือ ค่าสัมประสิทธิ์การจ่ายซึ่งเป็นผลมาจากการรวมค่าสัมประสิทธิ์เนื่องจากอากาศถูกดันการไหลและผลของการสมมุติให้การไหลไม่มีความเสียดทานจะได้ว่า

$$C_d = \frac{A_c}{A_o}$$

ดังนั้น สมการอัตราการไหลของมวลของอากาศสามารถเขียนได้ว่า

$$\dot{m}_2 = C_d A_o \sqrt{\left(\frac{2k}{k-1}\right) \rho_2 P_2 \left\{\left(\frac{P_c}{P_2}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_c}{P_2}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right\}} \quad (14)$$

สำหรับการไหลของอากาศที่สภาวะวิกฤติจะได้ว่า

$$\frac{P_2}{P_c} = \left(1 + \frac{k-1}{k}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

และอัตราการไหลของมวลของอากาศที่สภาวะวิกฤติคือ

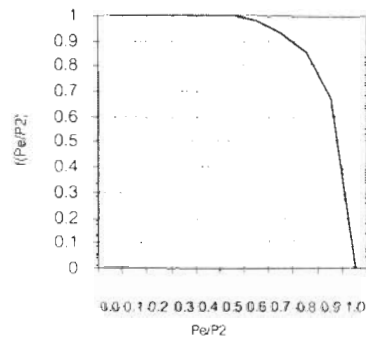
$$\dot{m}_2 = C_d A_o \sqrt{\rho_2 P_2 \left(\frac{2k}{k+1}\right) \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}} \quad (15)$$

จากสมการ (14) และสมการ (15) จะได้ว่า

$$\frac{\dot{m}_2}{A_c} = \left(\frac{\dot{m}_2}{A_c}\right)_c f\left(\frac{P_c}{P_2}\right) \quad (16)$$

กราฟค่าสัมพัทธ์ของสมการที่ (16) ได้แสดงไว้ในรูปที่ 3 เมื่อการไหลของอากาศมีค่าสูงสุดที่สภาวะวิกฤติ จะพบว่า $f(P_c / P_2) = 1$ ดังนั้น

$$\frac{\dot{m}_2}{A_c} = \left(\frac{\dot{m}_2}{A_c}\right)_c$$



รูปที่ 3 ความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน $f(P_e / P_2)$ และอัตราส่วน P_e / P_2

จากการศึกษาของ Stenning [5] เกี่ยวกับการไหลของอากาศผ่าน Spool Valve Orifice ของวาล์วนิวแมติกส์ พบว่าอัตราส่วนของความดันทางด้าน downstream และ upstream มีค่าต่ำใกล้เคียงกับการไหลของอากาศที่สภาวะ choked โดยค่าสัมประสิทธิ์การไหลมีค่าประมาณเท่ากับหนึ่ง

ดังนั้น สมการที่ใช้ในการคำนวณอัตราการไหลของอากาศสูงสุดที่สภาวะ choked คือ

$$\dot{m}_2 = A_o P_2 \sqrt{\frac{1}{2RT_2}} \quad (17)$$

เมื่อพิจารณาถึงการรับภาระของกระบอกลูก จากกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$m_1 \ddot{x} = P_1 A_1 - P_2 A_2 - F_f \quad (18)$$

จากสมมุติฐานความเสียดทานของระบบถือว่าเล็กน้อยมาก ($F_f = 0$) ดังนั้น จากสมการ (17) และสมการ (18) จะได้ว่า

$$\dot{m}_2 = A_o \sqrt{\frac{1}{2RT_2}} \left(-\frac{m_1}{A_2} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{A_1}{A_2} P_1 \right) \quad (19)$$

แทนสมการ (19) ในสมการ (10) ได้เป็น

$$V_2 \frac{dP_2}{dt} - kP_2 A_2 \frac{dx}{dt} = -A_o \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2}} \left(-\frac{m_1}{A_2} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{A_1}{A_2} P_1 \right) \quad (20)$$

หาอนุพันธ์เทียบกับเวลาจากสมการ (18) แล้วแทนค่าในสมการ (20) จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$m_l \frac{d^3 x}{dt^3} + \frac{A_o m_l}{V_2} \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2}} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k P_2 A_2^2}{V_2} \frac{dx}{dt} = \frac{A_o A_1 P_1}{V_2} \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2}}$$

ดังนั้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการขับเคลื่อนด้วยกระบอกลูกสูบนิวแมติกส์คือ

$$m_l \frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{A_o m_l}{V_2} \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2}} \frac{dv}{dt} + \frac{k P_2 A_2^2}{V_2} v = \frac{A_o A_1 P_1}{V_2} \sqrt{\frac{k^2 RT_2}{2}} \quad (21)$$

เนื่องจากสมการในรูปทั่วไปของระบบอันดับสองคือ

$$a_2 \frac{d^2 v}{dt^2} + a_1 \frac{dv}{dt} + a_0 = b_0 P_1$$

และจะได้

$$K = \frac{b_0}{a_0} = \frac{A_o A_1}{A_2^2 P_2} \sqrt{\frac{RT_2}{2}}$$

$$\omega_n^2 = \frac{a_0}{a_2}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k P_2 A_2^2}{m_l V_2}}$$

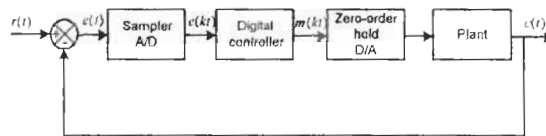
$$2\zeta\omega_n = \frac{a_1}{a_2}, \quad \zeta = \frac{A_o}{2A_2} \sqrt{\frac{kRT_2 m_l}{2P_2 V_2}}$$

ดังนั้น ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของระบบนิวแมติกส์คือ

$$\frac{v(s)}{P_1(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (22)$$

ระบบควบคุมดิจิทัล

ระบบควบคุมดิจิทัลเป็นระบบควบคุมที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (discrete-time control system) รูปแบบสัญญาณของระบบควบคุมบางส่วนจะมีลักษณะเป็นสัญญาณพัลส์หรือ digital code เนื่องจากคอมพิวเตอร์มีระบบการทำงานเป็นแบบดิจิทัล และเมื่อคอมพิวเตอร์ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมเรียกว่า เครื่องควบคุมดิจิทัล (digital controller) สำหรับสัญญาณที่ออกจากระบบที่ต้องการจะควบคุมจะมีลักษณะเป็นสัญญาณอนาล็อก ดังนั้น ก่อนที่จะเข้าสู่เครื่องควบคุมดิจิทัล จะต้องมีการปรับปรุงสัญญาณ โดยผ่านอุปกรณ์แปลงสัญญาณจากสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิทัล (analog to digital converter) ส่งให้กับเครื่องควบคุมเพื่อเปรียบเทียบกับเป้าหมายและได้สัญญาณความแตกต่างเพื่อนำมาสร้างสัญญาณควบคุมที่เป็นแบบดิจิทัลส่งให้กับอุปกรณ์แปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกก่อนส่งออกไปควบคุมอุปกรณ์ทำงานของระบบ ดังแสดงในรูปที่ 4

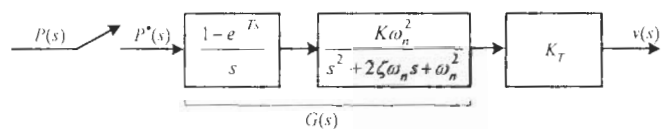


รูปที่ 4 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมดิจิทัล

ผลตอบสนองของระบบ

ผลตอบสนองของระบบเมื่อไม่มีการควบคุม

จากทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของระบบนิวเมติกส์ในสมการที่ (22) สามารถเขียนแทนด้วย บล็อกไดอะแกรมของระบบคือ



รูปที่ 5 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมดิจิทัลวงเปิด

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของบล็อกไดอะแกรมดังในรูปที่ 5 คือ

$$\frac{v(z)}{P(z)} = GH(z) = Z[G(s)H(s)] = Z\left[(1 - e^{-Ts}) \frac{K_T K \omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}\right] \quad (23)$$

โดยที่ $H(s) = K_T$ = ค่าคงที่ของแทคโคมิเตอร์

พิจารณาสมการ (23) ในเทอม $\frac{K_T K \omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$

กำหนดให้ $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$ จะได้รากของสมการ ดังนี้คือ

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad \text{เมื่อ } 0 < \zeta < 1 \\ s_{1,2} &= -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{\zeta^2-1} \quad \text{เมื่อ } \zeta > 1 \\ s_{1,2} &= -\omega_n \quad \text{เมื่อ } \zeta = 1 \end{aligned}$$

1. กรณี Underdamped ($0 < \zeta < 1$)

จากสมการ (23) สามารถกระจายเศษส่วนย่อยในกรณี $0 < \zeta < 1$ ได้ดังนี้

$$\frac{v(z)}{P(z)} = Z(1 - e^{-Ts}) \left[\frac{K_T K}{s} - K_T K \left\{ \frac{s + \zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \frac{\omega_d^2}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} \right\} \right] \quad (24)$$

โดยที่ $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

ผลตอบสนองของระบบกรณี Underdamped คือ

$$\begin{aligned} v(k) &= 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T v(k-1) - e^{-2\zeta\omega_n T} v(k-2) + \left(-KK_T e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T \right. \\ &\quad \left. - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} - KK_T e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T + KK_T \right) P(k-1) \\ &\quad + \left(KK_T e^{-2\zeta\omega_n T} - KK_T e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T \right. \\ &\quad \left. + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} - KK_T e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T \right) P(k-2) \end{aligned}$$

เมื่อสัญญาณเข้า $P(k)$ เป็น step function

2. กรณี Critically damped ($\zeta = 1$)

จากสมการ (23) สามารถกระจายเศษส่วนย่อยในกรณี $\zeta = 1$ ได้ดังนี้

$$\frac{v(z)}{P(z)} = Z(1 - e^{-Ts}) \left[\frac{K_T K}{s} - \frac{K_T K \omega_n}{(s + \omega_n)^2} - \frac{K_T K \omega_n}{s + \omega_n} \right] \quad (26)$$

ผลตอบสนองอิสระของระบบกรณี critically damped คือ

$$\begin{aligned} v(k) = & 3e^{-\omega_n T} v(k-1) - 3e^{-2\omega_n T} v(k-2) + e^{-3\omega_n T} v(k-3) \\ & - KK_T [3e^{-\omega_n T} + \omega_n T e^{-\omega_n T} - (1 + 2e^{-\omega_n T})] P(k-1) \\ & - KK_T [-3e^{-2\omega_n T} - \omega_n T e^{-\omega_n T} (1 + e^{-\omega_n T}) + (2e^{-\omega_n T} + e^{-2\omega_n T})] P(k-2) \\ & - KK_T [e^{-3\omega_n T} + \omega_n T e^{-2\omega_n T} - e^{-2\omega_n T}] P(k-3) \end{aligned} \quad (27)$$

3. กรณี Overdamped ($\zeta > 1$)

จากสมการ (23) สามารถกระจายเศษส่วนย่อยกรณี $\zeta > 1$ ได้เป็น

$$\frac{v(z)}{P(z)} = Z(1 - e^{-Ts}) \left[\frac{K_T K}{s} - \frac{K_T K c_1}{s + \zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}} + \frac{K_T K c_2}{s + \zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}} \right] \quad (28)$$

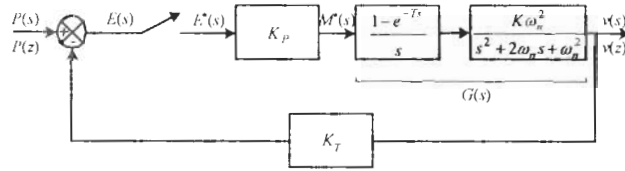
$$\text{กำหนดให้ } c_1 = \frac{1}{2(\zeta^2 - 1 + \zeta \sqrt{\zeta^2 - 1})}, \quad c_2 = \frac{1}{2(\zeta^2 - 1 - \zeta \sqrt{\zeta^2 - 1})}$$

ผลตอบสนองอิสระของระบบกรณี over damped คือ

$$\begin{aligned} v(k) = & \left[e^{-(\zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})T} + e^{-(\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})T} \right] v(k-1) - e^{-2\zeta \omega_n T} v(k-2) \\ & + KK_T (1 + c_1 + c_2) P(k) + KK_T \left\{ - \left[e^{-(\zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})T} + e^{-(\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})T} \right] \right. \\ & \left. - c_1 \left[1 + e^{-(\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})T} \right] - c_2 \left[1 + e^{-(\zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})T} \right] \right\} P(k-1) \\ & + KK_T \left[e^{-2\zeta \omega_n T} + c_1 e^{-(\zeta \omega_n - \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})T} + c_2 e^{-(\zeta \omega_n + \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1})T} \right] P(k-2) \end{aligned} \quad (29)$$

ผลตอบสนองของระบบที่มีการควบคุม

1. กรณีที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วน



รูปที่ 6 บล็อกไดอะแกรมของระบบที่ใช้เครื่องควบคุมดิจิทัลแบบสัดส่วน

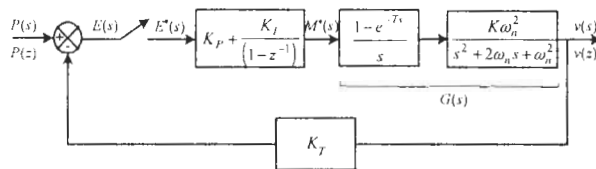
จากบล็อกไดอะแกรมของระบบสามารถเขียน closed-loop pulse transfer function ได้ว่า

$$\frac{v(z)}{P(z)} = \frac{G_D(z)G(z)}{1 + G_D(z)G(z)H(z)} \quad (30)$$

ผลตอบสนองของระบบควบคุมดิจิทัลที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนคือ

$$\begin{aligned} v(k) = & \left[-2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T - K_p K K_T \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} v(k-2) \sin\omega_d T + K_p K K_T \right] v(k-1) \\ & - \left[e^{-2\zeta\omega_n T} + K_p K K_T e^{-2\zeta\omega_n T} - K_p K K_T e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + K_p K K_T \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T \right] v(k-2) \\ & + \left[-K_p K e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T - K_p K \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T + K_p K \right] P(k-1) \\ & + \left[K_p K e^{-2\zeta\omega_n T} - K_p K e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + K_p K \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \sin\omega_d T \right] P(k-2) \end{aligned} \quad (31)$$

2. กรณีที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล

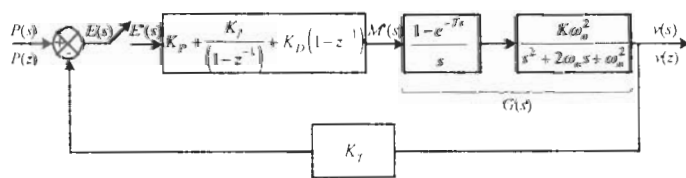


รูปที่ 7 บล็อกไดอะแกรมของระบบที่ใช้เครื่องควบคุมดิจิทัลแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล

จากบล็อกไดอะแกรมดังแสดงในรูปที่ 7 จะสามารถหาได้ว่าผลตอบสนองของระบบ ความคุมดิจิทัลที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลคือ

$$\begin{aligned}
 v(k) = & - \left[KK_T(K_p + K_I) - 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T - KK_T(K_p + K_I)e^{-\zeta\omega_n T} \left(\cos\omega_d T + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T \right) - 1 \right] v(k-1) \\
 & - \left[e^{-2\zeta\omega_n T} + KK_T(K_p + K_I)e^{-2\zeta\omega_n T} - (2e^{-\zeta\omega_n T} + K_I KK_T e^{-\zeta\omega_n T}) \cos\omega_d T \right. \\
 & \left. + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \{ KK_T(K_p + K_I) \sin\omega_d T + K_p KK_T \sin\omega_d T \} - K_p KK_T \right] v(k-2) \\
 & - \left[-e^{-2\zeta\omega_n T} - K_p KK_I e^{-2\zeta\omega_n T} + K_p KK_T e^{-\zeta\omega_n T} \left(\cos\omega_d T - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T \right) \right] v(k-3) \\
 & + \left[K(K_p + K_I) - K(K_p + K_I) 2e^{-\zeta\omega_n T} \left(\cos\omega_d T + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T \right) \right] P(k-1) \\
 & - \left[K(K_p + K_I)e^{-2\zeta\omega_n T} - KK_I e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n T} \{ K(K_p + K_I) \sin\omega_d T + K_p K \sin\omega_d T \} \right. \\
 & \left. - K_p K \right] P(k-2) + \left[-K_p K e^{-2\zeta\omega_n T} + K_p K e^{-\zeta\omega_n T} \left(\cos\omega_d T - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T \right) \right] P(k-3)
 \end{aligned} \tag{32}$$

3 กรณีที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์



รูปที่ 8 บล็อกไดอะแกรมของระบบที่ใช้เครื่องควบคุมดิจิทัลแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์

จากบล็อกไดอะแกรมดังแสดงในรูปที่ 8 จะสามารถหาได้ว่าผลตอบสนองของระบบ ความคุมดิจิทัลที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์ คือ

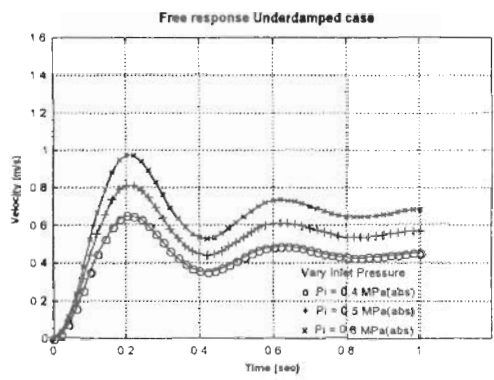
ห้องสมุด
มหาวิทยาลัยขอนแก่น
- 3 ส.ค. 2543

$$\begin{aligned}
 v(k) = & \left[(1 + 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T) - \{KK_p K_T [2 + a - (1 + 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T)] \right. \\
 & + KK_I K_T (1 + a - 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T) \\
 & + KK_D K_T [2 + a - (1 + 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T)] \} v(k-1) + [-2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + e^{-2\zeta\omega_n T}] \\
 & + \{KK_T K_p [(2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + e^{-2\zeta\omega_n T}) - (1 + 2a)] + KK_I K_T (e^{-2\zeta\omega_n T} - a) \\
 & + KK_D K_T [(1 + 4e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + e^{-2\zeta\omega_n T}) - (3 + 3a)] \} v(k-2) \\
 & + [-e^{-2\zeta\omega_n T} - \{KK_T K_p (a - e^{-2\zeta\omega_n T}) + KK_D K_T [1 + 3aT \\
 & - (2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + e^{-2\zeta\omega_n T}) \}] v(k-3) + [KK_T K_D (e^{-2\zeta\omega_n T} - a)] v(k-4) \\
 & + \{KK_p [2 + a - (1 + e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T)] + KK_I (1 + a - 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T) \\
 & + \{3 + a - (2 + 2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T)\} \} P(k-1) \\
 & + [KK_p \{ (2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + e^{-2\zeta\omega_n T}) - (1 + 2a) \} + \{KK_I (e^{-2\zeta\omega_n T} - a) \\
 & + KK_D \{ (1 + 4e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + e^{-2\zeta\omega_n T}) - (3 + 3a) \} \}] P(k-2) \\
 & + [KK_p (a - e^{-2\zeta\omega_n T}) + KK_D \{ 1 + 3a - (2e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T + 2e^{-2\zeta\omega_n T}) \}] P(k-3) \\
 & + [KK_D (e^{-2\zeta\omega_n T} - a)] P(k-4)
 \end{aligned}$$

(33)

โดยกำหนดให้ $a = e^{-\zeta\omega_n T} \cos\omega_d T - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T$

ผลการคำนวณผลตอบสนองของระบบเมื่อไม่มีการควบคุม



การเปลี่ยนแปลงความดันขาเข้า

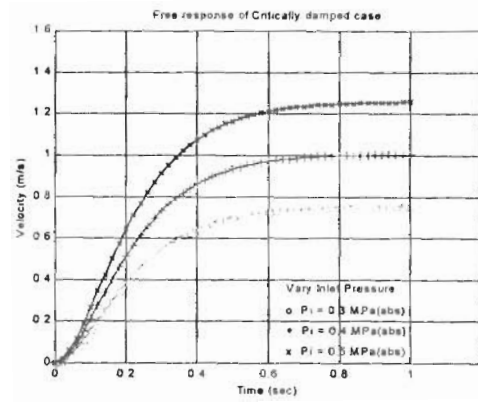
o $P_i = 0.4 \text{ MPa (abs)}$ $\omega_n = 15.56 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.24$

+ $P_i = 0.5 \text{ MPa (abs)}$ $\omega_n = 15.56 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.24$

x $P_i = 0.6 \text{ MPa (abs)}$ $\omega_n = 15.56 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.24$

โดยที่ มวล(m) = 10 kg เส้นผ่าศูนย์กลางออร์ฟิส (OD) = 0.0012 m

รูปที่ 9 ผลตอบสนองเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความดันขาเข้าเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Underdamped ($0 < \zeta < 1$)



การเปลี่ยนแปลงความดันขาเข้า

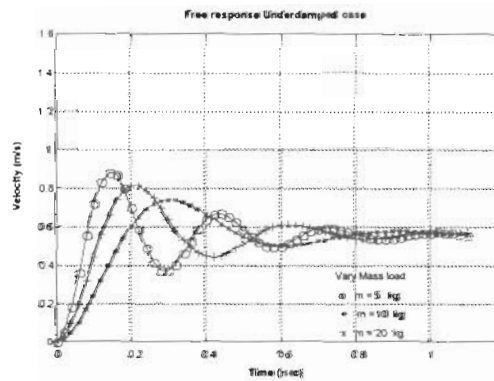
o $P_1 = 0.3 \text{ MPa (abs)}$ $\omega_n = 8.44 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 1$

+ $P_1 = 0.4 \text{ MPa (abs)}$ $\omega_n = 8.44 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 1$

x $P_1 = 0.5 \text{ MPa (abs)}$ $\omega_n = 8.44 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 1$

โดยที่ มวล(m) = 33 kg เส้นผ่าศูนย์กลางออร์ฟิส (OD) = 0.0018 m

รูปที่ 10 ผลตอบสนองเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความดันขาเข้าเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Critically damped ($\zeta = 1$)



การเปลี่ยนแปลงมวล

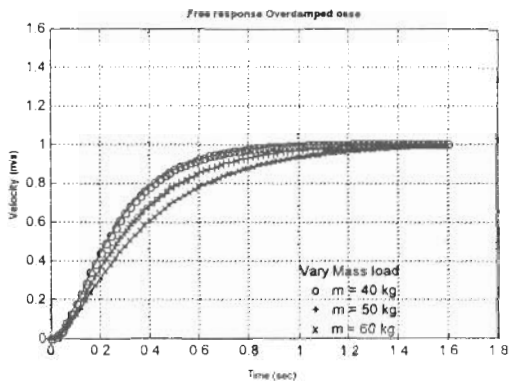
o $m_1 = 5 \text{ kg}$ $\omega_n = 22 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.17$

+ $m_1 = 10 \text{ kg}$ $\omega_n = 15.56 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.24$

x $m_1 = 20 \text{ kg}$ $\omega_n = 11 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.34$

โดยที่ ความดันขาเข้า (P_1) = 0.5 MPa (abs) เส้นผ่าศูนย์กลางออร์ฟิส (OD) = 0.0012 m

รูปที่ 11 ผลตอบสนองเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวล เมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Underdamped ($0 < \zeta < 1$)



การเปลี่ยนแปลงมวล

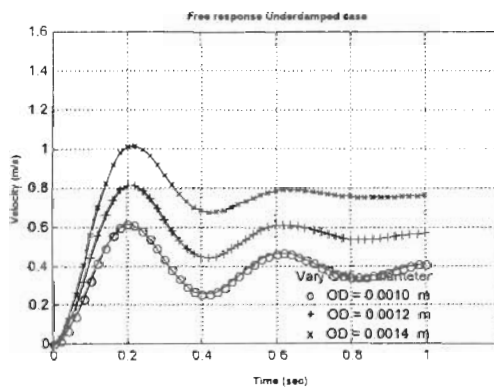
o $m_1 = 40 \text{ kg}$ $\omega_n = 7.78 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 1.09$

+ $m_1 = 50 \text{ kg}$ $\omega_n = 6.96 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 1.22$

x $m_1 = 60 \text{ kg}$ $\omega_n = 6.35 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 1.33$

โดยที่ ความดันเข้า (P) = 0.4 MPa (abs) เส้นผ่าศูนย์กลางออร์ฟิส (OD) = 0.0018 m

รูปที่ 12 ผลตอบสนองเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวลเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Overdamped ($\zeta > 1$)



การเปลี่ยนแปลงเส้นผ่าศูนย์กลางออร์ฟิส

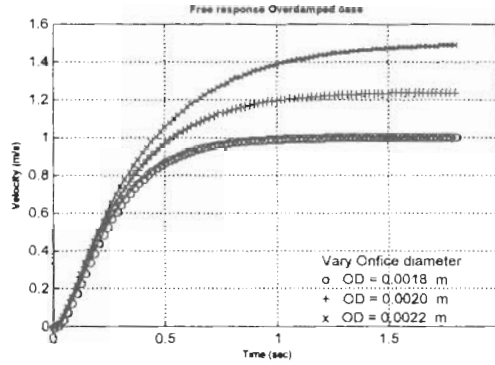
o OD = 0.0010 m $\omega_n = 15.56 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.17$

+ OD = 0.0012 m $\omega_n = 15.56 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.24$

x OD = 0.0014 m $\omega_n = 15.56 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.33$

โดยที่ ความดันเข้า (P) = 0.5 MPa (abs) มวลของภาวะ (m) = 10 kg

รูปที่ 13 ผลตอบสนองเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงเส้นผ่าศูนย์กลางออร์ฟิส เมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Underdamped ($0 < \zeta < 1$)



การเปลี่ยนแปลงเส้นผ่าศูนย์กลางออริฟิส

o OD = 0.0018 m $\omega_n = 7.78 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 1.09$

+ OD = 0.0020 m $\omega_n = 7.78 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 1.34$

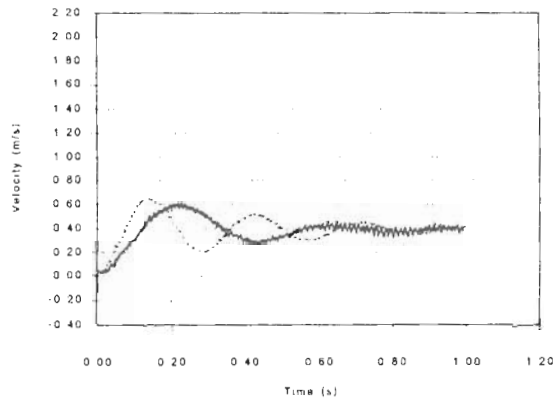
x OD = 0.0022 m $\omega_n = 7.78 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 1.62$

โดยที่ ความดันเข้า (P_1) = 0.4 MPa (abs) มวล(m) = 40 kg

รูปที่ 14 ผลตอบสนองเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงเส้นผ่าศูนย์กลางออริฟิสเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Overdamped ($\zeta > 1$)

ผลการทดลอง

ผลการทดลองของผลตอบสนองของระบบเมื่อไม่มีการควบคุม



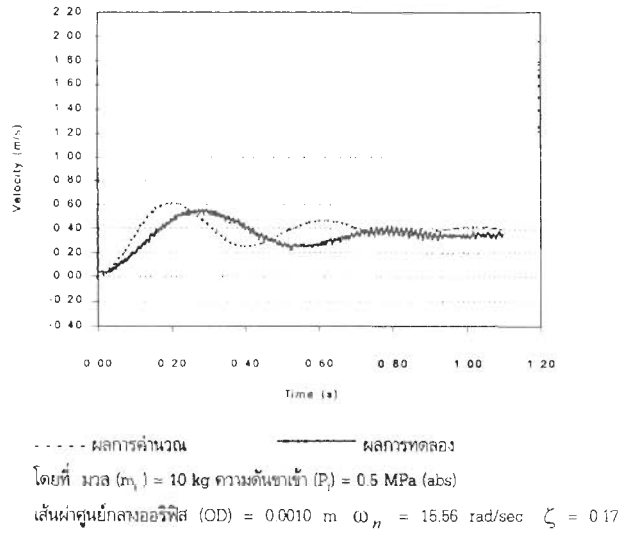
--- ผลการคำนวณ

— ผลการทดลอง

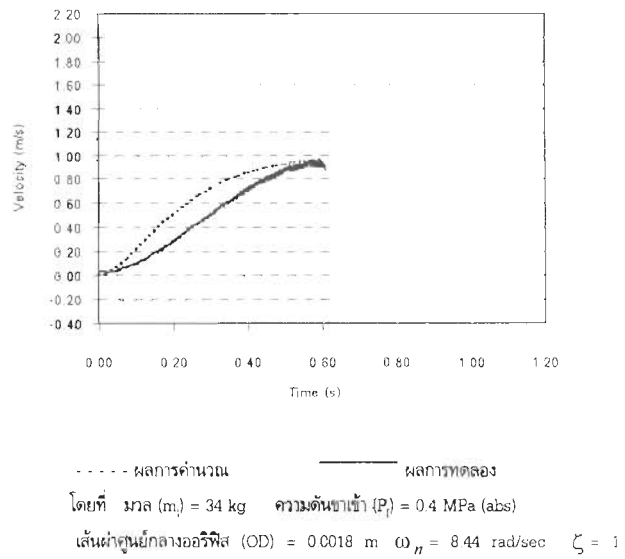
โดยที่ มวล (m) = 5 kg ความดันเข้า(P_1) = 0.5 MPa(abs)

เส้นผ่าศูนย์กลางออริฟิส (OD) = 0.0010 m $\omega_n = 22.03 \text{ rad/sec}$ $\zeta = 0.12$

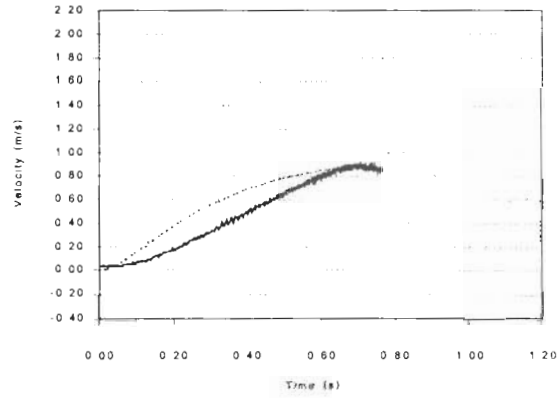
รูปที่ 15 ผลตอบสนองเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Underdamped ($0 < \zeta < 1$)



รูปที่ 16 ผลตอบสนองอิสระเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Underdamped ($0 < \zeta < 1$)



รูปที่ 17 ผลตอบสนองอิสระเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Critically damped ($\zeta = 1$)



--- ผลการคำนวณ

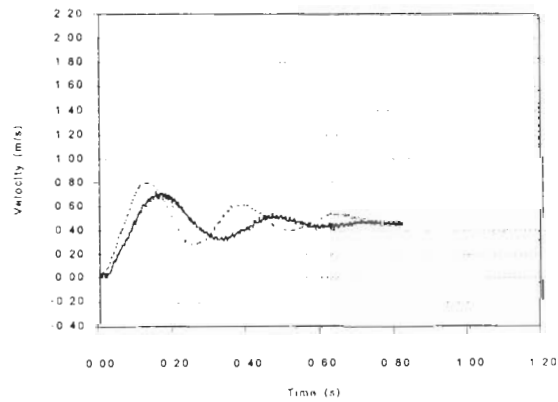
— ผลการทดลอง

โดยที่ มวล (m) = 50 kg ความดันเข้า (P) = 0.4 MPa(abs)

เส้นผ่าศูนย์กลางออริฟิส (OD) = 0.0018 m $\omega_n = 6.92$ rad/sec $\zeta = 1.22$

รูปที่ 18 ผลตอบสนองอิสระเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ Overdamped ($\zeta > 1$)

ผลการทดลองของระบบที่มีการควบคุม



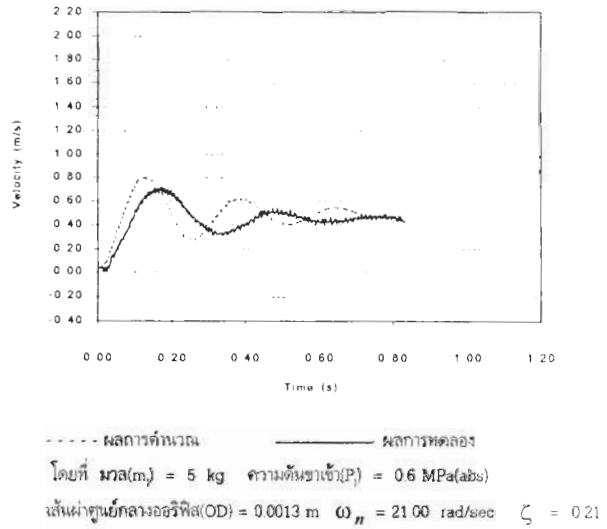
--- ผลการคำนวณ

— ผลการทดลอง

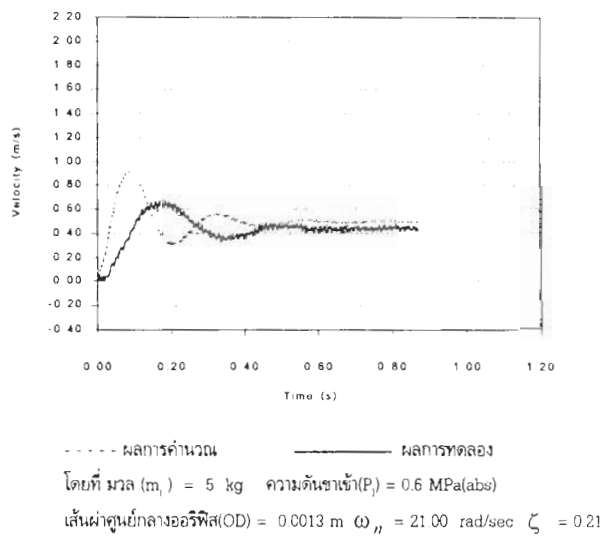
โดยที่ มวล (m) = 5 kg ความดันเข้า (P) = 0.6 MPa(abs)

เส้นผ่าศูนย์กลางออริฟิส (OD) = 0.0013 m $\omega_n = 21.00$ rad/sec $\zeta = 1.21$

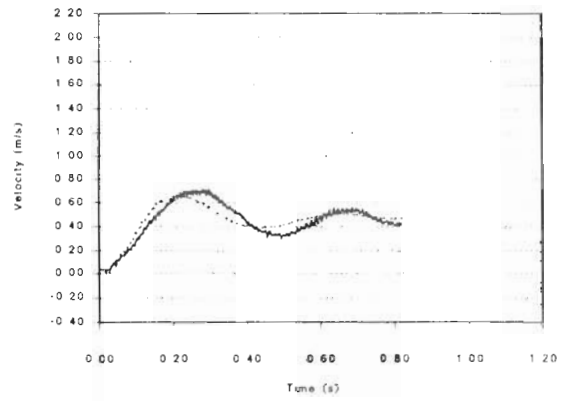
รูปที่ 19 ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วน ($K_p = 0.48$)



รูปที่ 20 ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนวงอินทิกรัล ($K_p = 0.48$, $K_I = 0.0005$)



รูปที่ 21 ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนวงอินทิกรัลวงอนุพันธ์ ($K_p = 0.48$, $K_I = 0.0005$, $K_D = 0.90$)



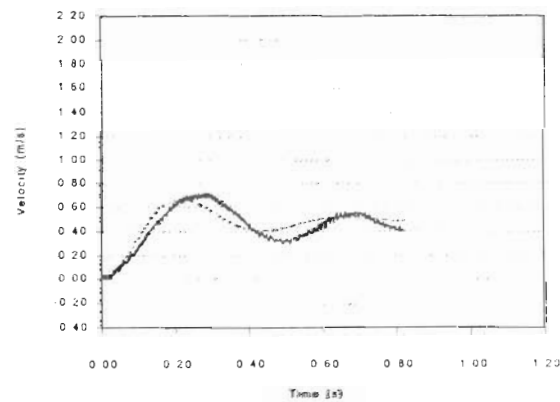
--- ผลการคำนวณ

— ผลการทดลอง

โดยที่ มวล (m_s) = 15 kg ความดันเข้า (P_i) = 0.6 MPa(abs)

เส้นผ่าศูนย์กลางออร์บิต (OD) = 0.0013 m (ω_n) = 12.5 rad/sec $\zeta = 0.35$

รูปที่ 22 ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วน ($K_p = 0.46$)



--- ผลการคำนวณ

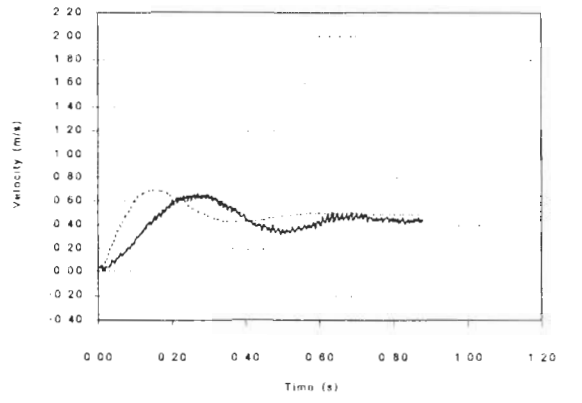
— ผลการทดลอง

โดยที่ มวล (m_s) = 15 kg ความดันเข้า (P_i) = 0.6 MPa(abs)

เส้นผ่าศูนย์กลางออร์บิต (OD) = 0.0013 m (ω_n) = 12.5 rad/sec $\zeta = 0.35$

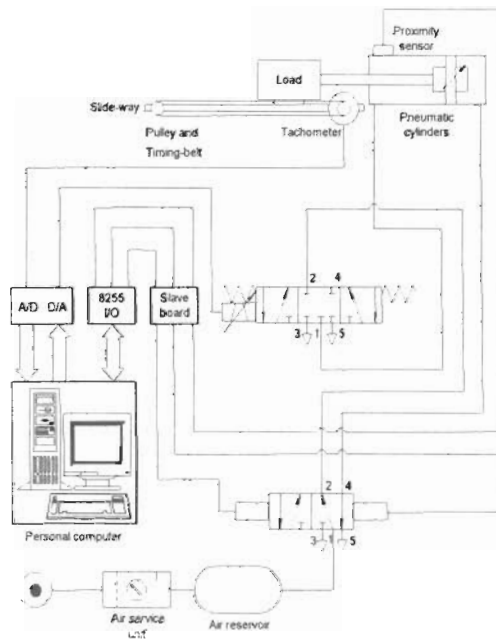
รูปที่ 23 ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล

($K_p = 0.46$, $K_I = 0.0010$)



----- ผลการกำหนด _____ ผลการทดลอง
 โดยที่ มวล (m) = 15 kg ความดันเข้า (P_1) = 0.6 MPa(abs)
 เส้นผ่าศูนย์กลางออร์ฟิส (OD) = 0.0013 m $\omega_n = 12.5$ rad/sec $\zeta = 0.35$

รูปที่ 24 ผลตอบสนองของระบบที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์ ($K_P = 0.46$, $K_I = 0.0010$, $K_D = 1.20$)



รูปที่ 25 แผนภูมิของอุปกรณ์การทดลองระบบนิวมติคส์

สรุป

จากผลการคำนวณผลตอบแทนของระบบเมื่อไม่มีการควบคุมทั้งสามกรณีดังแสดงในรูปที่ 9 ถึง 14 และผลตอบแทนที่ได้จากการทดลองดังแสดงในรูปที่ 15 ถึงรูปที่ 18 ได้ข้อสรุปดังนี้คือ ความเร็วของการเคลื่อนที่ของระบบขึ้นอยู่กับค่าความดันขาเข้าและขนาดของ ออร์ฟิสแต่ไม่ขึ้นอยู่กับมวลของภาระโดยเมื่อความดันขาเข้าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร็วของการเคลื่อนที่ของระบบมีค่าเพิ่มมากขึ้นแต่จะไม่มีผลต่อค่าความถี่ธรรมชาติและค่าอัตราส่วนความหน่วงของระบบ เมื่อมวลของภาระมีการเปลี่ยนแปลงพบว่าจะไม่ผลต่อความเร็วที่สภาวะคงที่แต่จะมีผลทำให้การแกว่งของระบบมีค่าลดลงเมื่อมวลเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดของออร์ฟิสมีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเร็วของระบบมีค่าเพิ่มขึ้นและอัตราส่วนความหน่วงมีค่าเพิ่มขึ้นโดยค่าความถี่ธรรมชาติของระบบไม่เปลี่ยนแปลง

ในกรณีของระบบที่มีการควบคุมดังแสดงในรูปที่ 19 ถึง 24 จะพบว่า ผลตอบแทนของระบบที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์จะเข้าสู่เป้าหมายด้วยความรวดเร็วและมีความแม่นยำมากกว่าผลตอบแทนของระบบควบคุมที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนและแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล

สัญลักษณ์

A	พื้นที่หน้าตัด, m^2
D	เส้นผ่านศูนย์กลาง, m
P	ความดันของอากาศ, Pa
C_p	ความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่, $J/(kg \ K)$
Q	ปริมาณการถ่ายเทความร้อน, J
C_v	ความร้อนจำเพาะที่ปริมาตรคงที่, $J/(kg \ K)$
R	ค่าคงที่ของอากาศ, $J/(kg \cdot K)$
g	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง, m/s^2
T	อุณหภูมิของอากาศ, K หรือคาบของการสุม
h	เอนทัลปีจำเพาะ, $J/(kg \cdot K)$
t	เวลา, s
k	อัตราส่วนความร้อนจำเพาะ, ไร้หน่วย

U	พลังงานภายใน, J
m	มวลของอากาศ, kg
u	พลังงานภายในจำเพาะ, J/kg
\dot{m}	อัตราการไหลของมวลของอากาศ, kg/s
V	ปริมาตร, m^3
x	ระยะการเคลื่อนที่ของลูกสูบ, m
v	ความเร็ว, m/s
z	ความสูงจากระดับอ้างอิง, m
W	งาน, J
ρ	ความหนาแน่นของอากาศ, kg/m^3

สัญลักษณ์กำกับล่าง

0	ค่าที่สภาวะเริ่มต้น
1	กระบอกสูบท่อนหน้า (Front ram chamber)
2	กระบอกสูบท่อนหลัง (Rear ram chamber)
c	สภาวะวิกฤติ
i	สภาวะขาเข้า
e	สภาวะขาออก
o	ออริฟิส
l	ภาวะ

บรรณานุกรม

- [1] Ascher H. Shapiro, *The Dynamic and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, Newyork Ronaldpress, 1953
- [2] Katsuhiko Ogata, *Discrete-Time Control Systems*, Newjersey, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, 1995
- [3] Katsuhiko Ogata, *System Dynamics*, Newjersey, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, 1978

- [4] Kawakami, Y., Kimura, S. Kawai, S., Machiyama, T, ***Some Considerations on the Oscillatory Behavior of Pneumatic Cylinders***, Proceedings of First JHPS International Symposium on Fluid Power, 1989
- [5] McCloy and Martin, ***Control of Fluid Power Analysis and Design***, 2nd (Revised) Edition, Ellis Horwood Ltd, Chichester, England, 1980
- [6] Raven, Francis H. (Francis Harvey), ***Automatic Control Engineering***, McGraw-Hill, 1987
- [7] Shearer, J. L., ***Study of Pneumatic Processes in the Continuous Control of Motion With Compressed Air-I***, Transaction of the ASME, February, 1956