

Research Article

แผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูลีย์ ปรับปรุงซินเดอติกที่เหมาะสมเพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย ของกระบวนการสมมาตร

A mixed exponentially weighted moving average - optimal synthetic modified Tukey's control chart for monitoring a symmetric process mean

อุทิศ ย่องแสง¹ ชนาพันธุ์ ชนาเนตร¹ และ เสาวณิต สุขภารังษี^{1*}

Utitt Yongsang¹, Chanaphun Chanant¹ and Saowanit Sukparungsee^{1*}

¹ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ บางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

¹Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangsue, Bangkok 10800, Thailand

*E-mail: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th

Received: 24/01/2021; Revised: 14/04/2021; Accepted: 17/04/2021

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอแผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูลีย์ปรับปรุงซินเดอติกที่เหมาะสม (EWMA-OSMTC) เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการเมื่อกระบวนการมีการแจกแจงแบบสมมาตร และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงระหว่างแผนภูมิควบคุมของทูลีย์ (TCC) แผนภูมิควบคุมของทูลีย์ซินเดอติกที่เหมาะสม (OSTC) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูลีย์ปรับปรุง (EWMA-MTCC) และแผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูลีย์ปรับปรุงซินเดอติกที่เหมาะสม (EWMA-OSMTC) โดยประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของแผนภูมิควบคุมวัดจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) กำหนดให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In Control Average Run Length: ARL_0) มีค่าเท่ากับ 370 การประมาณค่า ARL ได้จากวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โลพบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC แผนภูมิควบคุม OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-MTCC ทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุมของทุคีย์, แผนภูมิควบคุมของทุคีย์ซินเดอติกที่เหมาะสม, แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทุคีย์ปรับปรุง, แผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทุคีย์ปรับปรุง ซินเดอติกที่เหมาะสม, วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล, ค่าความยาวรันเฉลี่ย

Abstract

The objective of this research is to propose A Mixed Exponentially Weighted Moving Average - Optimal Synthetic modified Tukey's control chart (EWMA-OSMTC) for detecting process mean, when the process is symmetric distributions. And compared The performance of Tukey's control chart (TCC), Optimal Synthetic Tukey's control chart (OSTC), Exponentially Weighted Moving Average – Modified Tukey's control chart (EWMA-MTCC) and A Mixed Exponentially Weighted Moving Average - Optimal Synthetic Modified Tukey's control chart (EWMA-OSMTC). The performance of control charts is measured by the Average Run Length (ARL). The in control Average Run Length (ARL₀) is given to 370. In order to approximate ARL, the Monte Carlo simulation method. The results found that EWMA-OSMTC control chart is more efficient to detect shifts of the process mean than TCC, OSTC and EWMA-MTCC control chart for all magnitudes of change.

Keywords: Tukey's control chart, Optimal Synthetic Tukey's control chart, Exponentially Weighted Moving Average – Modified Tukey's control chart, A Mixed Exponentially Weighted Moving Average – Modified Optimal Synthetic Tukey's control chart, Monte Carlo simulation, Average Run Length

บทนำ

ในปัจจุบันการควบคุมคุณภาพของผลิตภัณฑ์มีความสำคัญมากทางอุตสาหกรรมการผลิตเบื้องต้นเพื่อให้ผลิตภัณฑ์มีคุณภาพและได้รับความเชื่อถือจากผู้บริโภคดังนั้นจึงมีการคิดค้นเครื่องมือในการควบคุมคุณภาพกันอย่างแพร่หลายและหนึ่งในเครื่องมือที่ได้รับความนิยม และใช้กันมากในอุตสาหกรรม คือ แผนภูมิควบคุม (Control Chart) โดย Shewhart (1931) ได้พัฒนาแผนภูมิควบคุมขึ้นเป็นครั้งแรกเพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิต ซึ่งแผนภูมิควบคุมจะอาศัยหลักการทางสถิติเข้ามาประยุกต์ใช้และสามารถจัดแบ่งแผนภูมิควบคุมออกเป็น 2 ประเภทคือ แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร (Control Charts for Variables) เช่น แผนภูมิควบคุมพิสัย (R Chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$ Chart) แผนภูมิควบคุมพิสัยเคลื่อนที่ (MR Chart) แผนภูมิควบคุมค่าการกระจาย (S Chart) เป็นต้น และแผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ (Control Charts for Attributes) เช่น แผนภูมิควบคุมจำนวนผลิตภัณฑ์เสีย (np Chart) แผนภูมิควบคุมจำนวนข้อบกพร่องต่อหน่วย (c Chart) และแผนภูมิควบคุมสัดส่วนผลิตภัณฑ์เสีย (p Chart) เป็นต้น

แผนภูมิควบคุมซิวฮาร์ตสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเมื่อกระบวนการ มีการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ ($\delta > 1.5\sigma$) เนื่องจากแผนภูมิควบคุมซิวฮาร์ตไม่ได้ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีต (Memoryless) และบางครั้งข้อมูลการผลิตที่เก็บรวบรวมมาอาจจะไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติจึงทำให้แผนภูมิ ซิวฮาร์ตไม่เหมาะสมเนื่องจากมีคุณภาพต่ำในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่มีขนาดเล็กและจำเป็นต้องทราบการ แจกแจงของข้อมูลการผลิตเพราะต้องอาศัยค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ จึงมีผู้คิดค้นและพัฒนาแผนภูมิควบคุมที่สามารถแก้ไขข้อบกพร่อง

ของแผนภูมิควบคุมซัวร์ฮาร์ดกัน ต่อมา Roberts(1959) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart: EWMA) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตโดยการนำเอาข้อมูลตลอดช่วงระยะเวลาของการเก็บรวบรวมข้อมูลมาใช้เพื่อประกอบการตัดสินใจพบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมซัวร์ฮาร์ดเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยกระบวนการขนาดเล็ก ($\delta \leq 1.5\sigma$) และ Sukparungsee(2012) อ้างถึง Torng & Lee (2008) ศึกษาความแกร่งของแผนภูมิควบคุมทูกีย์ (Tukey's Control Charts: TCC) สำหรับการแจกแจงปกติ และการแจกแจงไม่ปกติซึ่งพบว่าแผนภูมิ TCC มีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่มีขนาดใหญ่ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมซัวร์ฮาร์ด และแผนภูมิควบคุม EWMA ในปี ค.ศ.2017 Mongkoltawat et al. (2017) ได้นำเสนอแผนภูมิค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีย์ (Exponentially Weighted Moving Average-Tukey Control Chart: EWMA-TCC) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพเหนือกว่าแผนภูมิ TCC ในทุกกรณีที่ทำการศึกษา และในปี ค.ศ.2019 Muhammad Ali Raza et al. (2019) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมของทูกีย์ซินเดอติกที่เหมาะสม (Optimal Synthetic Tukey's Control Chart: OSTC) สำหรับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่มีการแจกแจงสมมาตร และแผนภูมิควบคุมทูกีย์ปรับปรุงซินเดอติกที่เหมาะสม (Optimal Synthetic Modified Tukey's Control Chart: OSMTC) สำหรับการแจกแจงแบบไม่สมมาตร ซึ่งพบว่าแผนภูมิควบคุม OSTC และ OSMTC มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC และ MTCC

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมใหม่ที่มีชื่อว่า “แผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีย์ปรับปรุงซินเดอติกที่เหมาะสม (EWMA-OSMTC) เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการสมมาตร” และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการระหว่างแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC, EWMA-MTCC และแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC จากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) เมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) โดยการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพิจารณาจากค่า (ARL_1) ที่ต่ำสุด

วิธีการทดลอง

ในงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC ที่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยที่มีขนาดเล็กได้ดีเมื่อกระบวนการแจกแจงสมมาตร และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอกับแผนภูมิควบคุมของทูกีย์ (Tukey's Control Chart: TCC) แผนภูมิควบคุมควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีย์ปรับปรุง (Exponentially Weighted Moving Average –Modified Tukey's Control Chart: EWMA-MTCC) และแผนภูมิควบคุมของทูกีย์ซินเดอติกที่เหมาะสม (Optimal Synthetic Tukey's Control Chart : OSTC) ภายใต้การแจกแจงสมมาตร 3 การแจกแจง คือ การแจกแจงปกติ (Normal(0,1)) การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull(3.5,1)) และการแจกแจงลาปลาซ (Laplace(1,1)) โดยพิจารณาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจากค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการผลิตไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) โดยทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังนี้

2.1 การแจกแจงที่ทำการศึกษา

2.1.1 การแจกแจงปกติ (Normal distribution)

จะเรียกตัวแปรสุ่ม X ว่ามีการแจกแจงปกติที่มีค่าพารามิเตอร์เป็น (μ, σ^2) ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของ X เขียนได้ดังสมการ (1)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

เมื่อ μ คือ พารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม X
 σ^2 คือ พารามิเตอร์ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X
 π คือ ค่าคงที่มีค่าประมาณ 3.1415

2.1.2 การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull distribution)

ตัวแปรสุ่ม X จะมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ด้วยพารามิเตอร์ (α, β) ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของ X เขียนได้ดังสมการ (2)

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} \quad (2)$$

เมื่อ α คือ ค่าพารามิเตอร์แสดงถึงรูปร่าง (Shape) โดย $\alpha > 0$
 β คือ ค่าพารามิเตอร์แสดงถึงตำแหน่ง (Scale) โดย $\beta > 0$
 e คือ ค่าคงที่มีค่าประมาณ 2.7182

2.1.3 การแจกแจงลาปลาซ (Laplace distribution)

ตัวแปรสุ่ม X จะมีการแจกแจงแบบลาปลาซด้วยพารามิเตอร์ (θ, b) ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของ X เขียนได้ดังสมการ (3)

$$f(x) = \frac{1}{2b} e^{-\frac{|x-\theta|}{b}} \quad (3)$$

เมื่อ θ คือ ค่าพารามิเตอร์แสดงถึงตำแหน่ง (Scale)
 b คือ ค่าพารามิเตอร์แสดงถึงรูปร่าง (Shape) โดย $b > 0$

2.2 แผนภูมิควบคุม

2.2.1 แผนภูมิควบคุมของทุคีย์ (Tukey's Control Chart: TCC) ซึ่งเป็นแผนภูมิแบบไม่อิงพารามิเตอร์

เมื่อไม่ทราบว่าคุณสมบัติการแจกแจงแบบใดๆ หรือมีขนาดตัวอย่างย่อย (n) เท่ากับ 1 มีขีดจำกัดควบคุมดังสมการที่ (4)

$$\begin{aligned} UCL &= Q_3 + K_1(IQR) \\ LCL &= Q_1 - K_1(IQR) \end{aligned} \quad (4)$$

- เมื่อ Q_1 คือ ค่าของควอร์ไทล์ที่ 1 ของค่าสังเกต
 Q_3 คือ ค่าของควอร์ไทล์ที่ 3 ของค่าสังเกต
 IQR คือ ค่าพิสัยของควอร์ไทล์ ($Q_3 - Q_1$)
 K_1 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม TCC

2.2.2 แผนภูมิควบคุมควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีย์ปรับปรุง (Exponentially Weighted Moving Average – Modified Tukey’s Control Chart: EWMA-MTCC) เป็นแผนภูมิควบคุมไม่อิงพารามิเตอร์ที่นำแผนภูมิควบคุม EWMA รวมกับแผนภูมิควบคุม MTCC โดยตัวสถิติเป็นของแผนภูมิควบคุม EWMA แสดงได้ดังสมการที่ (5)

$$Z_i = \lambda X_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} ; i = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

- เมื่อ Z_i คือ ตัวสถิติ EWMA ณ เวลา i เมื่อกำหนด $Z_0 = \mu_0$
 X_i คือ ค่าสังเกต ณ เวลา i
 λ คือ ค่าถ่วงน้ำหนักของตัวสถิติ EWMA โดย $0 < \lambda \leq 1$

ขีดจำกัดควบคุมแผนภูมิค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีย์ปรับปรุง (EWMA-MTCC) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (6)

$$\begin{aligned} UCL &= Q_3 + 2K_2 \times R_2 \times F_2^W \times \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \\ LCL &= Q_1 - 2K_2 \times R_1 \times F_1^W \times \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \end{aligned} \quad (6)$$

- เมื่อ W คือ ค่าคงที่ในการปรับความเบ้ของกระบวนการ
 R_1 คือ ค่าผลต่างของควอร์ไทล์ที่ 2 และ ควอร์ไทล์ที่ 1 โดย ($Q_2 - Q_1$)
 R_2 คือ ค่าผลต่างของควอร์ไทล์ที่ 3 และ ควอร์ไทล์ที่ 2 โดย ($Q_3 - Q_2$)
 F_1, F_2 คือ ค่าระดับความเบ้ของกระบวนการ โดย $F_1 = 1 + \left[\frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \right]$ และ $F_2 = 1 + \left[\frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} \right]$
 K_2 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA-MTCC

2.2.3 แผนภูมิควบคุมของทูกีย์ซินเดอติกที่เหมาะสม (Optimal Synthetic Tukey’s Control Chart: OSTC) เป็นการนำแผนภูมิควบคุม TCC มาหาค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) โดยวิธีการซินเดอติกที่เหมาะสมเพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่มีการแจกแจงแบบสมมาตรสามารถศึกษารายละเอียดจาก Muhammad Ali Raza et al. (2019) โดยที่ขีดจำกัดควบคุมของ OSTC สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (7)

$$\begin{aligned} UCL &= Q_3 + K_3 (IQR) \\ LCL &= Q_1 - K_3 (IQR) \end{aligned} \quad (7)$$

เมื่อ K_3 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม OSTC

2.2.4 แผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูลิช์ปรับปรุงซินเดอติกที่เหมาะสม (EWMA-OSMTC) เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการสมมาตรเป็นการนำแผนภูมิควบคุม EWMA มารวมกับแผนภูมิควบคุม OSMTC โดยตัวสถิติเป็นของแผนภูมิควบคุม EWMA สามารถเขียนขีดจำกัดควบคุมของ EWMA-OSMTC ได้ดังสมการ (8)

$$\begin{aligned} UCL &= Q_3 + 2K_4 \times R_2 \times F_2^W \times \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \\ LCL &= Q_1 - 2K_4 \times R_1 \times F_1^W \times \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \end{aligned} \quad (8)$$

เมื่อ K_4 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC

2.3 ความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL)

ค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) คือ จำนวนตัวอย่างเฉลี่ยของค่าสังเกตที่ตกในขีดจำกัดควบคุมก่อนกระบวนการจะส่งสัญญาณการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก ซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณี สามารถศึกษารายละเอียดได้จาก Muhammad Ali Raza et al. (2019)

กรณี 1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) โดยมีสูตรการคำนวณดังสมการ (9)

$$ARL_0 = \frac{1}{1-P_0} \times \frac{1}{1-(P_0)^L} \quad (9)$$

เมื่อ P_0 คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่จะพบว่ากระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม (out-of-control) เมื่อกระบวนการไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง และค่า ARL_0 ต้องมีค่าสูงมากพอ

L คือ จำนวนเต็มในการปรับค่าความยาวรันเฉลี่ย

กรณี 2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) มีสูตรการคำนวณดังสมการ (10)

$$ARL_1 = \frac{1}{1-P_1} \times \frac{1}{1-(P_1)^L} \quad (10)$$

เมื่อ P_1 คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่จะพบว่าการกระบวนการอยู่ในขีดจำกัดควบคุม (in-control) เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง โดยแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการที่ดี คือ แผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำ

2.4 การจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation)

งานวิจัยนี้ประมาณค่า ARL ด้วยวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation) โดยเทคนิคการจำลองเป็นวิธีที่นำมาใช้เมื่อไม่สามารถหาสูตรสำเร็จได้ วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โลสามารถหาได้ตามสมการที่ (11)

$$ARL = \frac{\sum_{t=1}^M RL_t}{M} \quad (11)$$

เมื่อ RL_t คือ จำนวนตัวอย่างที่ถูกตรวจสอบจนกระทั่งพบว่ามีการกระบวนการออกนอกขีดจำกัดในการจำลองข้อมูลรอบที่ t

M คือ จำนวนรอบการทำซ้ำในการจำลอง

ผลและวิจารณ์ผลการทดลอง

จากการวิจัยทำการแสดงค่า K_4 และ L ที่เหมาะสมของแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอ EWMA-OSMTC และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอกับแผนภูมิควบคุม TCC, EWMA-MTCC และ OSTC ภายใต้การแจกแจงแบบสมมาตร 3 การแจกแจง คือ การแจกแจงปกติ (Normal(0,1)) การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull(3.5,1)) และการแจกแจงลาปลาซ (Laplace(1,1)) โดยใช้โปรแกรม R ในการจำลองข้อมูล ซึ่งการจำลองข้อมูลจะใช้เทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล ซึ่งเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจะพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการผลิตไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) ถ้าแผนภูมิควบคุมใดให้ค่า ARL_1 น้อยสุดแสดงว่าแผนภูมิควบคุมนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุดโดยมีรายละเอียดดังนี้

3.1 ขั้นตอนการกำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยและค่าคงที่สำหรับแผนภูมิควบคุม

- กำหนดค่าถ่วงน้ำหนัก (λ) ของแผนภูมิควบคุม EWMA-MTCC และ EWMA-OSMTC เท่ากับ ($\lambda=0.2$)
- กำหนดค่าถ่วงน้ำหนักสำหรับปรับค่าความเบ้ (W) ของแผนภูมิควบคุม EWMA-MTCC และ EWMA-OSMTC เท่ากับ ($W=3$)
- กำหนดระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ δ เท่ากับ 0.10, 0.15, 0.25, 0.5 สำหรับการแจกแจงปกติ Normal(0,1) และ δ เท่ากับ 0.01, 0.05, 0.07, 0.10 สำหรับการแจกแจงไวบูลล์ Weibull(3.5,1) และ δ เท่ากับ 0.10, 0.2, 0.5, 0.7 สำหรับการแจกแจงลาปลาซ Laplace(1,1) โดยเลือกกำหนดระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย δ สำหรับแต่ละการแจกแจงไม่เท่ากันเนื่องจากการแจกแจงที่แตกต่างกันเมื่อใช้ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยเดียวกันแล้วส่งผลให้ค่า (ARL_1) แต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงไม่ได้แตกต่างกันมากจนสามารถพิจารณาได้ชัดเจน
- กำหนดความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 370

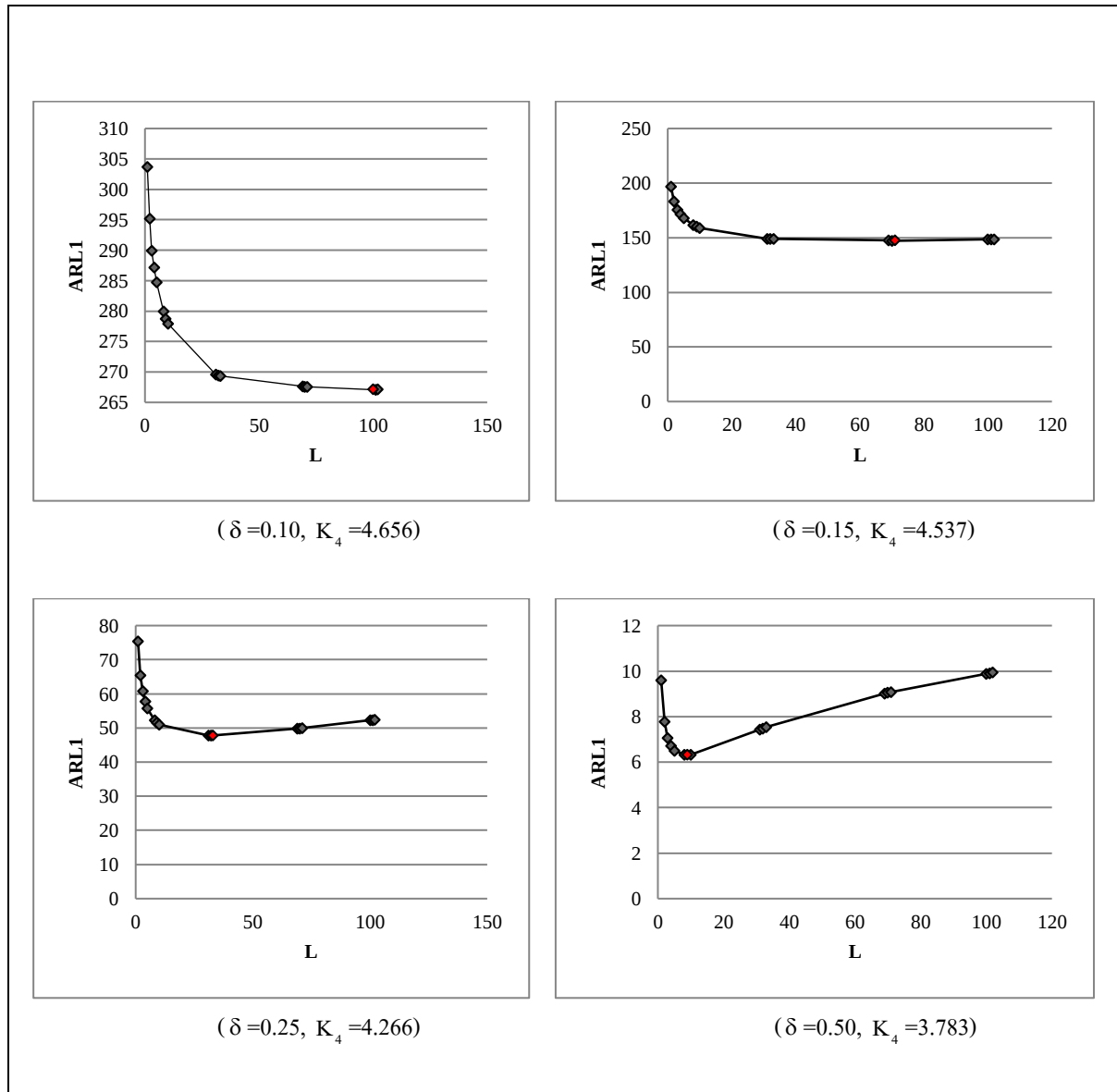
- กำหนดประเภทควอไทล์ประเภทที่ 8 ในการคำนวณโดยใช้โปรแกรม R สามารถศึกษาได้จาก [7]
- คำนวณค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC, EWMA-MTCC และ EWMA-OSMTC
- คำนวณหาความยาว (Run Length: RL) ในแต่ละรอบของแต่ละแผนภูมิควบคุมโดยการทำซ้ำของแผนภูมิควบคุม TCC, EWMA-MTCC, และ OSTC เท่ากับ 10^4 รอบ แผนภูมิควบคุมผสม EWMA-OSMTC เท่ากับ 10^3 รอบ และขนาดตัวอย่าง 10^3 สำหรับทุกแผนภูมิควบคุมยกเว้นแผนภูมิควบคุมผสม EWMA-OSMTC ของการแจกแจงลาปลาซ Laplace(1,1) ที่ใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10^4 ตัวอย่าง ขนาดตัวอย่างและจำนวนรอบการทำซ้ำของแต่ละแผนภูมิควบคุมไม่เท่ากันเพราะแผนภูมิควบคุมผสม EWMA-OSMTC ใช้เวลาในการประมวลผลนาน และผลลัพธ์กรณีที่ใช้ขนาดตัวอย่าง 10^4 ไม่ได้แตกต่างกับกรณีใช้ขนาดตัวอย่าง 10^3

ตารางที่ 1 ค่า K_4 และค่า L ของการแจกแจงปกติ Normal(0,1) และ $ARL_0 = 370$

L	K_4	ARL_1			
		$\delta = 0.1$	$\delta = 0.15$	$\delta = 0.25$	$\delta = 0.50$
1	2.828	303.68	196.93	75.35	9.66
2	3.146	295.16	183.29	65.42	7.78
3	3.325	289.95	175.71	60.81	7.05
4	3.448	287.17	171.57	57.81	6.70
5	3.542	284.74	168.17	55.80	6.51
...	...	...	...	...	...
8	3.735	279.95	161.60	52.28	6.31
9	3.783	278.76	160.08	51.54	6.31*
10	3.825	277.91	158.85	50.95	6.33
...	...	...	...	...	...
31	4.254	269.58	149.14	47.78	7.42
32	4.266	269.42	149.00	47.77*	7.47
33	4.277	269.33	148.89	47.80	7.53
...	...	...	...	...	...
69	4.532	267.65	147.42	49.80	9.01
70	4.537	267.60	147.39*	49.88	9.05
71	4.542	267.57	147.40	49.95	9.08
...	...	...	...	...	...
100	4.653	267.09	148.47	52.27	9.88
101	4.656	267.06*	148.48	52.35	9.91
102	4.659	267.13	148.52	52.43	9.93

หมายเหตุ : อักษรตัวหนา* คือ ค่า ARL_1 ต่ำสุดแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย

จากตารางที่ 1 แสดงค่า K_4 และ L ของแผนภูมิควบคุมผสม EWMA-OSMTC สำหรับการแจกแจงปกติ (Normal(0,1)) ที่ส่งผลให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดของแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยซึ่งจะเห็นว่าค่า $L=9$, $K_4=3.783$ ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยเป็น ($\delta=0.50$) คือ $ARL_1=6.31$ และ $L=32$, $K_4=4.266$ ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยเป็น ($\delta=0.25$) มีค่า $ARL_1=47.77$ ตามลำดับ สามารถเอามาเขียนกราฟได้ดังรูปภาพที่ 1



หมายเหตุ : จุดสีแดง คือ จุดที่แสดงค่า K_4 และ L ที่ทำให้ ARL_1 ต่ำสุด

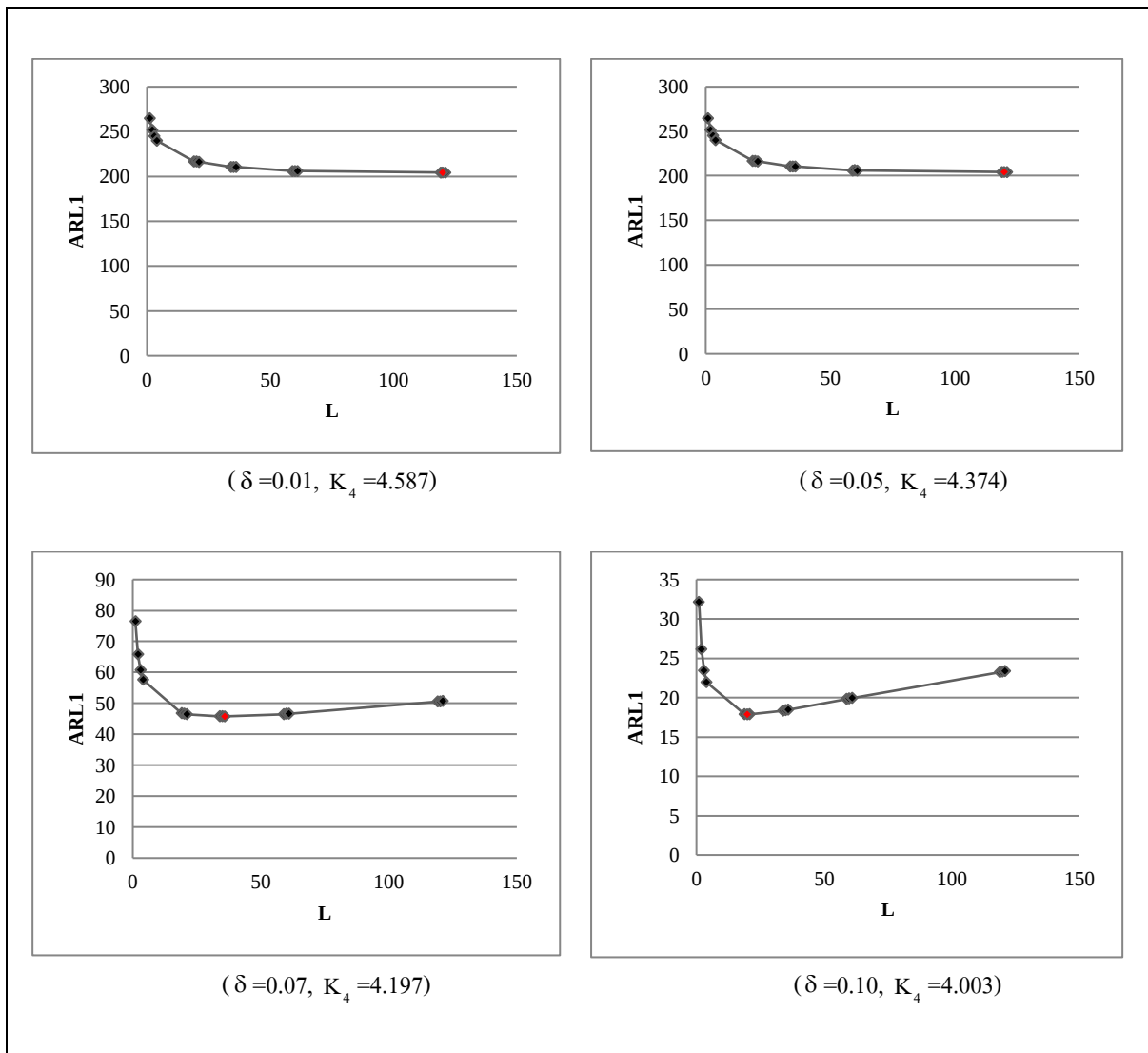
รูปที่ 1 ค่า K_4 และค่า L ที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดสำหรับการแจกแจงปกติ Normal(0,1)

ตารางที่ 2 ค่า K_4 และค่า L ของการแจกแจงไวบูล Weibull(3.5,1) และ $ARL_0 = 370$

L	K_4	ARL_1			
		$\delta = 0.01$	$\delta = 0.05$	$\delta = 0.07$	$\delta = 0.10$
1	2.789	264.71	143.05	76.46	32.15
2	3.096	251.81	129.81	65.79	26.12
3	3.268	245.12	123.14	60.68	23.44
4	3.387	240.15	118.98	57.57	21.92
...	...	...	...	...	...
19	3.985	217.03	102.16	46.82	17.89
20	4.003	216.70	101.88	46.56	17.85*
21	4.020	216.05	101.41	46.48	17.88
...	...	...	...	...	...
34	4.187	210.78	99.00	45.72	18.32
35	4.197	210.38	98.87	45.71*	18.37
36	4.207	210.36	98.94	45.74	18.44
...	...	...	...	...	...
59	4.369	206.13	98.27	46.51	19.82
60	4.374	206.35	98.22*	46.54	19.88
61	4.380	206.13	98.37	46.65	19.96
...	...	...	...	...	...
119	4.585	204.18	101.93	50.57	23.24
120	4.587	204.01*	101.93	50.61	23.28
121	4.590	204.26	102.09	50.73	23.34

หมายเหตุ : อักษรตัวหนา* คือ ค่า ARL_1 ต่ำสุดแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย

จากตารางที่ 2 แสดงค่า K_4 และ L ของแผนภูมิควบคุมผสม EWMA-OSMTC สำหรับการแจกแจงไวบูล (Weibull(3.5,1)) ที่ส่งผลให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดของแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยซึ่งจะเห็นว่าค่า $L=20$, $K_4=4.003$ ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยเป็น ($\delta = 0.10$) มีค่า $ARL_1 = 17.85$ และ $L=35$, $K_4=4.197$ ให้ค่า (ARL_1) ต่ำสุดที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยเป็น ($\delta = 0.07$) มีค่า $ARL_1 = 45.71$ ตามลำดับ สามารถเอามาเขียนกราฟได้ดังรูปภาพที่ 2



หมายเหตุ : จุดสีแดง คือ จุดที่แสดงค่า K_4 และ L ที่ทำให้ ARL_1 ต่ำสุด

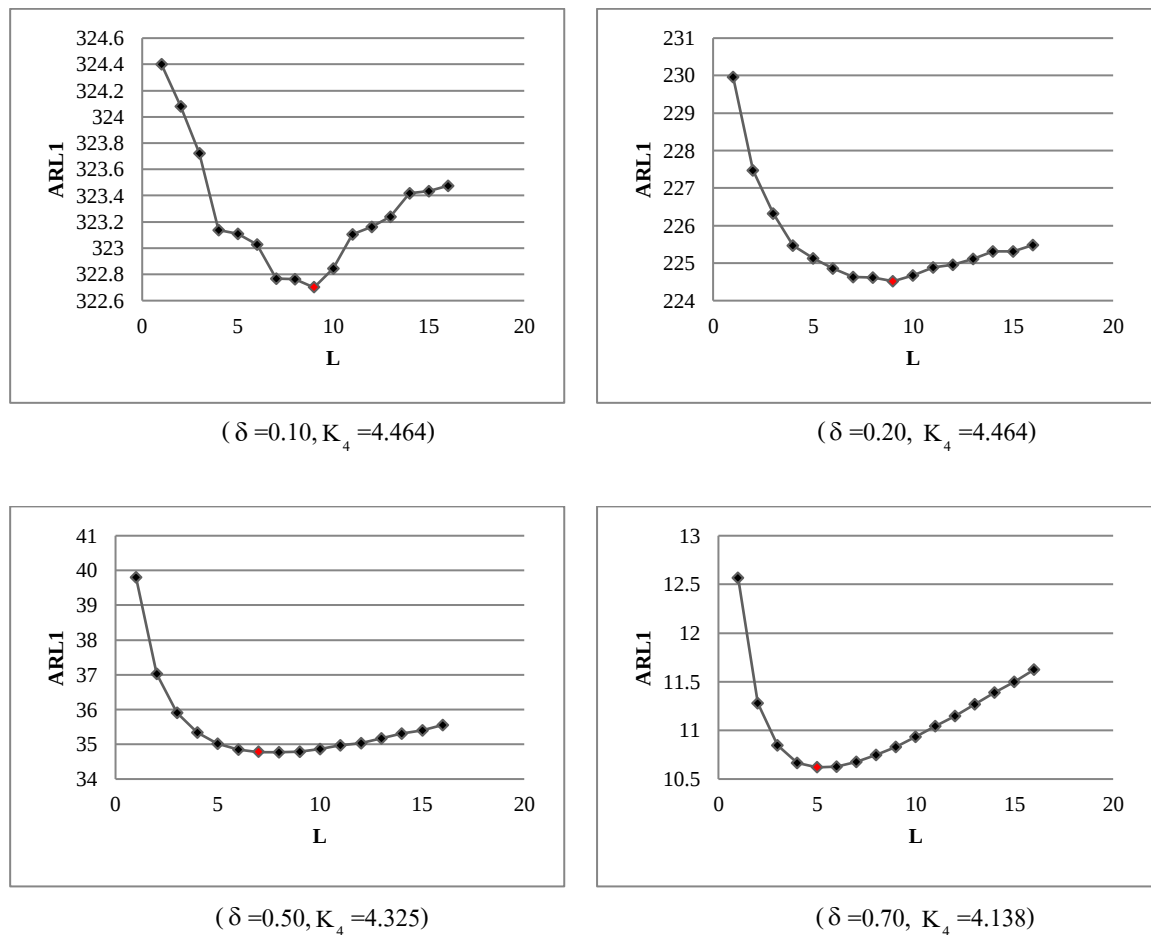
รูปที่ 2 ค่า K_4 และค่า L ที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดสำหรับการแจกแจงไวส์บูล Weibull(3.5,1)

ตารางที่ 3 ค่า K_4 และค่า L ของการแจกแจงลาปลาซ Laplace(1,1) และ $ARL_0 = 370$

L	K_4	ARL_1			
		$\delta = 0.10$	$\delta = 0.20$	$\delta = 0.50$	$\delta = 0.70$
1	3.206	324.40	229.96	39.80	12.56
2	3.615	324.07	227.48	37.02	11.28
3	3.849	323.72	226.33	35.90	10.84
4	4.012	323.13	225.47	35.34	10.66
5	4.138	323.10	225.12	35.01	10.62*
6	4.240	323.02	224.86	34.85	10.63
7	4.325	322.76	224.62	34.77*	10.67
8	4.399	322.76	224.61	34.77	10.74
9	4.464	322.70*	224.51*	34.79	10.83
10	4.522	322.84	224.67	34.86	10.93
11	4.574	323.10	224.89	34.96	11.04
12	4.621	323.16	224.95	35.03	11.14
13	4.665	323.23	225.11	35.17	11.26
14	4.705	323.41	225.31	35.30	11.38
15	4.741	323.43	225.31	35.40	11.50

หมายเหตุ : อักษรตัวหนา* คือ ค่า ARL_1 ต่ำสุดแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย

จากตารางที่ 3 แสดงค่า K_4 และ L ของแผนภูมิควบคุมผสม EWMA-OSMTC สำหรับการแจกแจงลาปลาซ (Laplace(1,1)) ที่ส่งผลให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดของแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยซึ่งจะเห็นว่าค่า $L=5$, $K_4=4.138$ ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยเป็น ($\delta = 0.7$) คือ $ARL_1 = 10.62$ และ $L=7$, $K_4=4.325$ ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยเป็น ($\delta = 0.5$) มีค่า $ARL_1 = 34.77$ ตามลำดับ สามารถเอามาเขียนกราฟได้ดังรูปภาพที่ 3



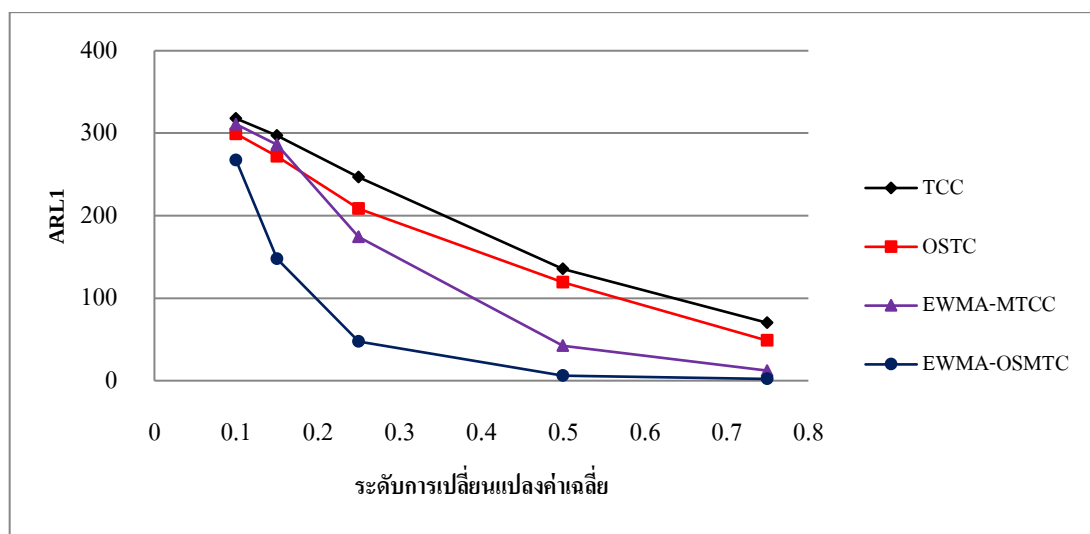
หมายเหตุ : จุดสีแดง คือ จุดที่แสดงค่า K_4 และ L ที่ทำให้ ARL_1 ต่ำสุด

รูปที่ 3 ค่า K_4 และค่า L ที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดสำหรับการแจกแจงลาปลาซ Laplace(1,1)

ตารางที่ 4 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม TCC, EWMA-MTCC, OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC ภายใต้ข้อมูลแจกแจงปกติ Normal(0,1)

แผนภูมิ δ	TCC	OSTC	EWMA-MTCC	EWMA-OSMTC
0.10	317.7 ($K_1 = 1.722$)	299.2 ($K_2 = 1.5383, L = 100$)	310.8 ($K_3 = 4.891$)	267.0 ($K_4 = 4.656, L = 101$)
0.15	297.1 ($K_1 = 1.722$)	272.1 ($K_2 = 1.5307, L = 93$)	285.9 ($K_3 = 4.891$)	147.3 ($K_4 = 4.537, L = 70$)
0.25	246.4 ($K_1 = 1.722$)	208.6 ($K_2 = 1.5243, L = 88$)	173.9 ($K_3 = 4.891$)	47.7 ($K_4 = 4.266, L = 32$)
0.50	135.3 ($K_1 = 1.722$)	119.4 ($K_2 = 1.4696, L = 53$)	42.2 ($K_3 = 4.891$)	6.3 ($K_4 = 3.783, L = 9$)

จากตารางที่ 4 และรูปภาพที่ 4 ในการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ Normal(0,1) พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC มีค่า ARL_1 ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-MTCC ทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย $\delta = 0.1, 0.15, 0.25, 0.5$ แสดงว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC, EWMA-MTCC

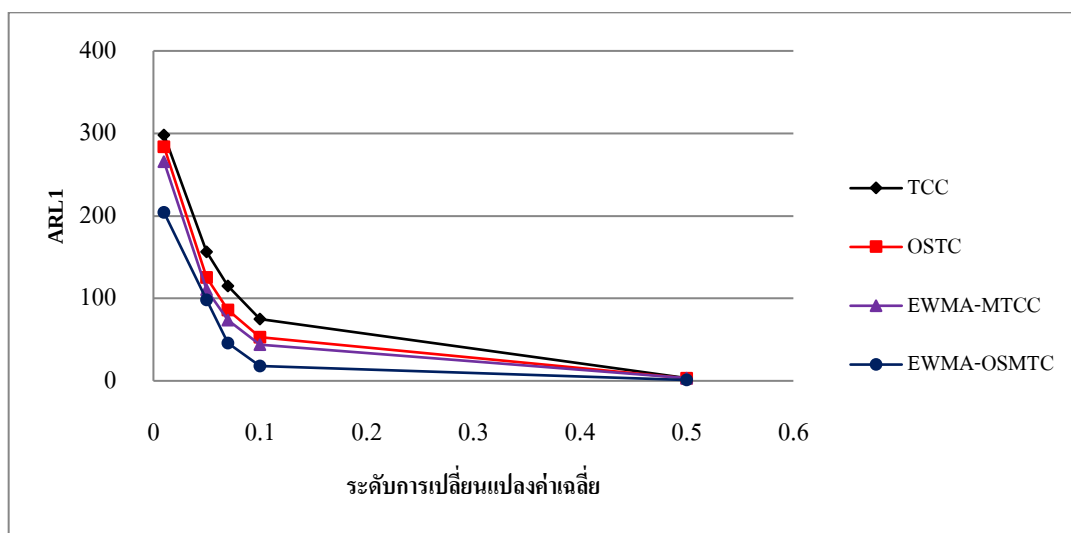


รูปที่ 4 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม TCC, EWMA-MTCC, OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC ภายใต้ข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ Normal(0,1)

ตารางที่ 5 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม TCC , EWMA-MTCC, OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC ภายใต้ข้อมูลแจกแจงไวส์บูล Weibull(3.5,1)

แผนภูมิ δ	TCC	OSTC	EWMA-MTCC	EWMA-OSMTC
0.01	297.9 ($K_1 = 1.464$)	283.6 ($K_4 = 1.366, L=150$)	265.3 ($K_3 = 4.748$)	204.0 ($K_4 = 4.587, L=120$)
0.05	156.3 ($K_1 = 1.464$)	125.4 ($K_4 = 1.351, L=120$)	110.2 ($K_3 = 4.748$)	98.2 ($K_4 = 4.374, L=60$)
0.07	114.8 ($K_1 = 1.464$)	86.1 ($K_4 = 1.338, L=100$)	73.7 ($K_3 = 4.748$)	45.7 ($K_4 = 4.197, L=35$)
0.10	74.9 ($K_1 = 1.464$)	53.0 ($K_4 = 1.207, L=20$)	44.1 ($K_3 = 4.748$)	17.8 ($K_4 = 4.003, L=20$)

จากตารางที่ 5 และรูปภาพที่ 5 ในการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไวส์บูล Weibull(3.5,1) พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC มีค่า ARL_1 ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-MTCC ทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย $\delta = 0.01, 0.05, 0.07, 0.10$ แสดงว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC, EWMA-MTCC

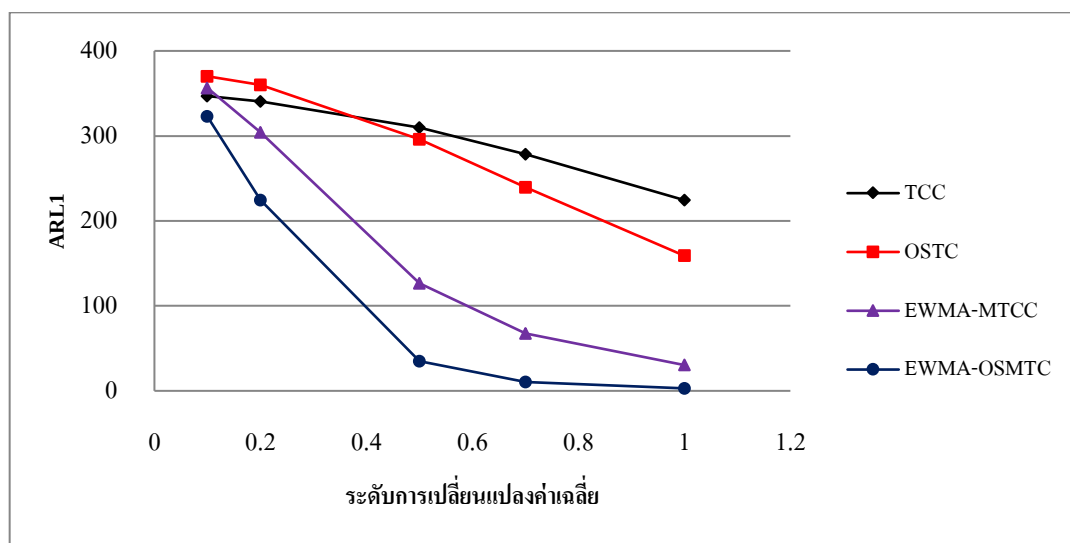


รูปที่ 5 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม TCC , EWMA-MTCC, OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงไวส์บูล Weibull(3.5,1)

ตารางที่ 6 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม TCC, EWMA-MTCC, OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC ภายใต้ข้อมูลแจกแจงลาปลาซ Laplace(1,1)

แผนภูมิ δ	TCC	OSTC	EWMA-MTCC	EWMA-OSMTC
0.10	346.8 ($K_1 = 3.759$)	370.1 ($K_2 = 1.633, L = 1$)	356.3 ($K_3 = 6.100$)	322.7 ($K_4 = 4.464, L = 9$)
0.20	340.5 ($K_1 = 3.759$)	360.0 ($K_2 = 1.633, L = 1$)	303.9 ($K_3 = 6.100$)	224.5 ($K_4 = 4.464, L = 9$)
0.50	309.7 ($K_1 = 3.759$)	296.0 ($K_2 = 1.633, L = 1$)	126.6 ($K_3 = 6.100$)	34.7 ($K_4 = 4.325, L = 7$)
0.70	278.2 ($K_1 = 3.759$)	239.5 ($K_2 = 1.633, L = 1$)	67.6 ($K_3 = 6.100$)	10.6 ($K_4 = 4.138, L = 5$)

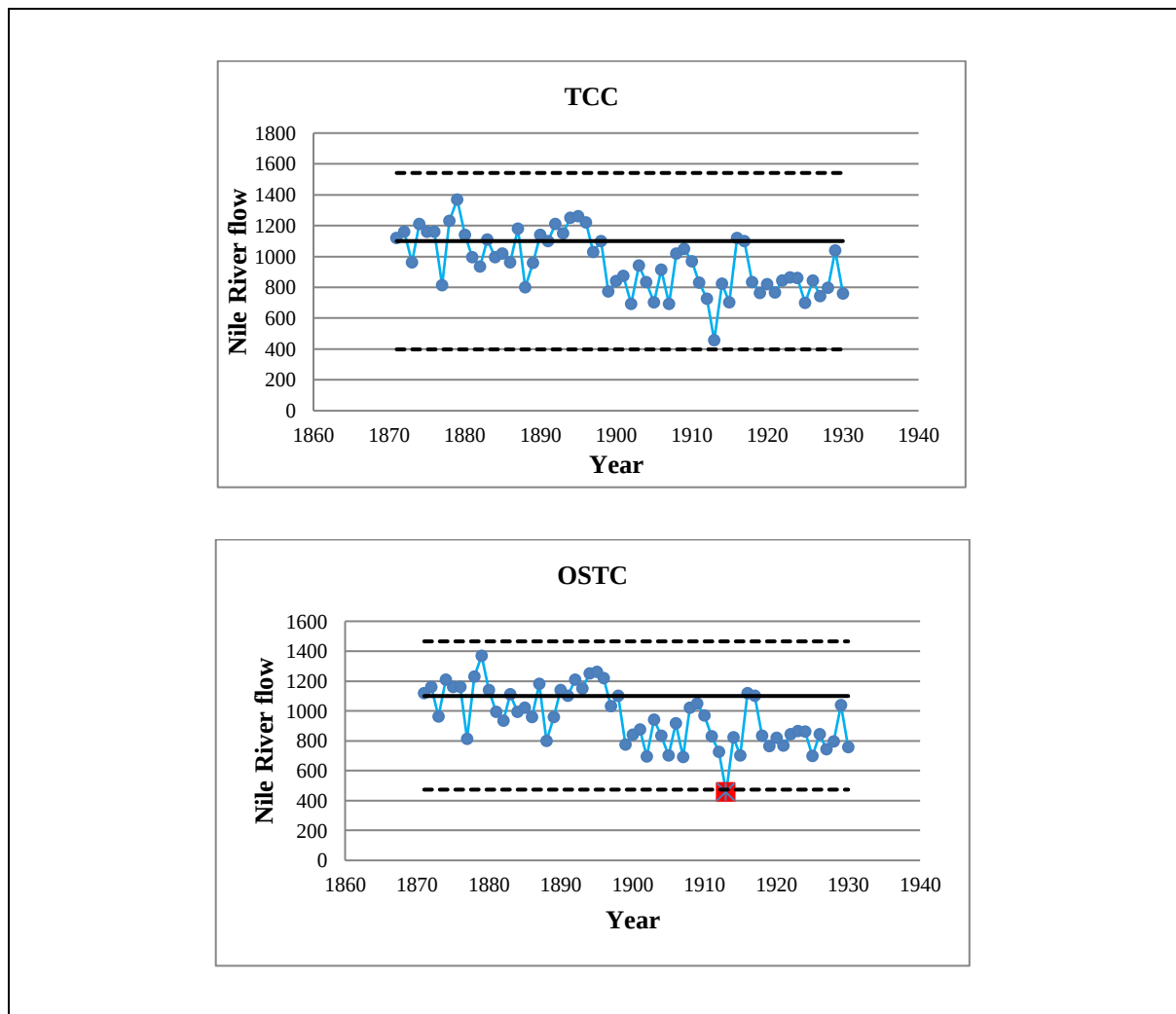
จากตารางที่ 6 และรูปภาพที่ 6 ในการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซ Laplace(1,1) พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC มีค่า ARL_1 ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-MTCC ทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย $\delta = 0.10, 0.20, 0.50, 0.70$ แสดงว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC, EWMA-MTCC



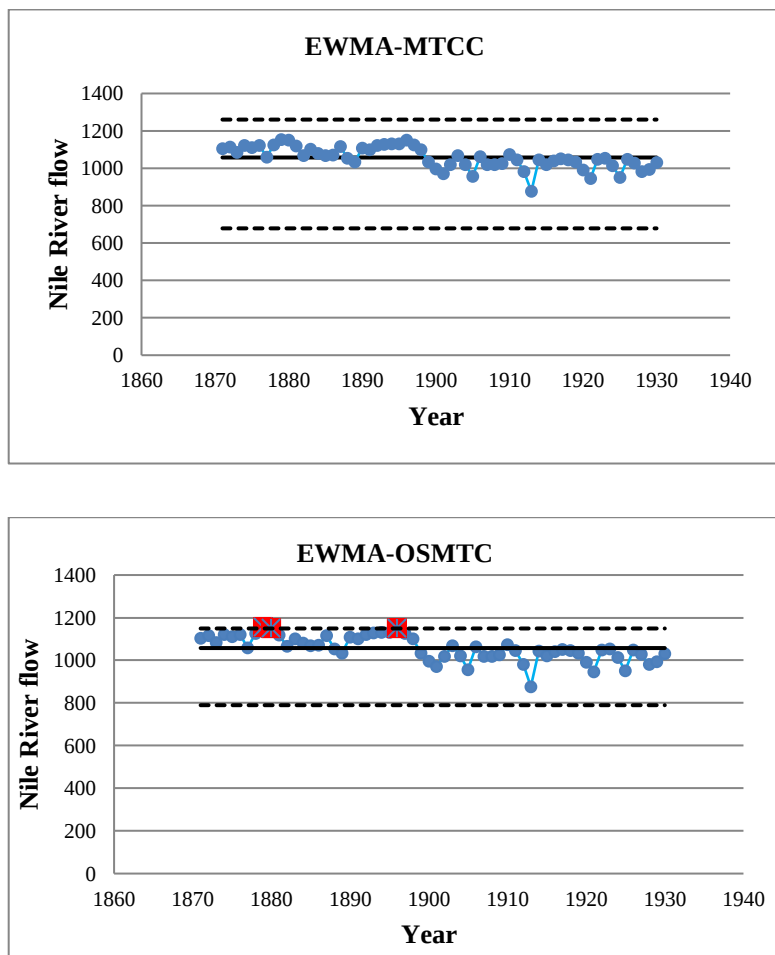
รูปที่ 6 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม TCC, EWMA-MTCC, OSTC และแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซ Laplace(1,1)

การประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง

จากข้อมูลอัตราการไหลของแม่น้ำไนล์ตั้งแต่ปี 1871-1930 มีการแจกแจงปกติ Normal(1100, 125) มาใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมของทุคิย์ (TCC) แผนภูมิควบคุมของทุคิย์ซึนเดอติกที่เหมาะสม (OSTC) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทุคิย์ปรับปรุง (EWMA-MTCC) และแผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทุคิย์ปรับปรุงซึนเดอติกที่เหมาะสม (EWMA-OSMTCC) โดยแสดงได้ดังรูปภาพที่ 7



รูปที่ 7 ประสิทธิภาพการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยอัตราการไหลของแม่น้ำไนล์ตั้งแต่ปี 1871-1930 ระหว่างแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC, EWMA-MTCC และแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTCC



รูปที่ 7 ประสิทธิภาพการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยอัตราการไหลของแม่น้ำไนล์ตั้งแต่ปี 1871-1930 ระหว่างแผนภูมิควบคุม TCC , OSTC, EWMA-MTCC และแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC (ต่อ)

สรุปผลการทดลอง

ในการวิจัยนี้ได้เสนอแผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูลิช์ปรับปรุงซินเดอติกที่เหมาะสม (EWMA-OSMTC) เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการสมมาตร จากผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูลิช์ปรับปรุงซินเดอติกที่เหมาะสม (EWMA-OSMTC) เมื่อกำหนดกรณีกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม $ARL_0 = 370$ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมของทูลิช์ (TCC) แผนภูมิควบคุมควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูลิช์ปรับปรุง (EWMA-MTCC) และแผนภูมิควบคุมของทูลิช์ปรับปรุงซินเดอติกที่เหมาะสม (OSTC) เนื่องจากให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดในทุกะดับการเปลี่ยนแปลงเมื่อกระบวนการมีการแจกแจงแบบสมมาตร

อภิปรายผล

จากการวิจัยนี้พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการสมมาตรได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, OSTC, EWMA-MTCC ในงานวิจัยครั้งต่อไปอาจจะขยายขอบเขตการศึกษาในเรื่องของการแจกแจงไม่สมมาตรเพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม EWMA-OSMTC

เอกสารอ้างอิง

- Shewhart, W. A. "Economic Control of Quality of Manufactured Product." New York: D. Van Nostrand Company. 1931.
- Roberts, S. W. "Control chart tests based on geometric moving average." *Technometrics*. vol. 42 (1959): 239-250.
- Sukparungsee, S. "Robustness of Tukey's control chart in detecting a changes of parameter of skew distributions." *International Journal of Applied Physics and Mathematics*. vol. 2 (2012): 379-382
- Torng, C. C. and Lee, P.H. "ARL performance of the Tukey's control chart." *Communications in Statistics Simulation and Computation*. vol. 38 (2008): 541-577.
- Mongkoltawat, P. Sukparungsee, S. and Areepong, Y. "Exponentially weighted moving average-Tukey's control charts for moving range and range." *The Journal of King Mongkut's University of Technology North Bangkok*. vol. 27 (2017): 843-854.
- Muhammad Ali Raza, Tahir Nawaz, and Dong Han, "On designing new optimal synthetic Tukey's control charts." *Journal of Statistical Computation and Simulation*. Vol. 89 (2019): 2218-2238.
- Rob J Hyndman. and Yanan Fan. "Sample Quantiles in Statistical Packages." *The Journal in The American Statistician*. Vol.50 (1996): 361-365.