

ผลของระยะฝังที่มีต่อกำลังแบกทานที่ปลาย

ด้านล่างของฐานรากในดินเหนียว

Effect of Embedded Depth on End Bearing Capacity of Footing on Clays

สุรภาพ แก้วสวัสดิ์วงศ์* และ บุญชัย อุคฤชภูษณ

Suraparb Keawsawasvong* and Boonchai Ukritchon

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร 10330 ประเทศไทย

Department of Civil Engineering, Chulalongkorn University, Bangkok 10330, Thailand

E-mail: suraparb@hotmail.com*

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอการศึกษาแฟกเตอร์กำลังแบกทานของฐานราก (ทั้งฐานรากตื้นและลึก) ในดินเหนียว โดยมีทั้งฐานรากยาวต่อเนื่องและฐานรากวงกลม วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ ถูกนำมาใช้วิเคราะห์เสถียรภาพของปัญหานี้ โดยใช้เงื่อนไขขอบความเครียดสำหรับฐานรากยาวต่อเนื่องและเงื่อนไขสมมาตรรอบแกนสำหรับฐานรากวงกลม ผลการวิเคราะห์ที่ได้คือแฟกเตอร์กำลังแบกทานของฐานราก, N_c ที่ฟังก์ชันของอัตราส่วนความลึกต่อความกว้าง, D/B เมื่อ D/B มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า N_c ของฐานรากทั้งสองก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วย ค่า N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่องจะเริ่มมีค่าคงที่เมื่อ $D/B = 6.5$ ในทำนองเดียวกัน ค่า N_c ของฐานรากวงกลมจะมีค่าคงที่เมื่อ $D/B = 1.5$ นอกเหนือจากนี้ งานวิจัยนี้ยังได้เสนอสมการสำหรับหาค่า N_c อีกด้วย

ABSTRACT

This paper presents parametric studies of bearing capacity factor of foundations (shallow and deep foundation) in clay, where strip foundation and circular foundation are analyzed. The two dimensional finite element was employed to determine stability of this problem, where the plane strain condition was applied for strip footings and the axisymmetric condition was applied for circular footing. The computational results were End Bearing Capacity Factor, N_c which was the function of ratio of depth and width, D/B . When D/B was increased, N_c of two types of foundations would also be increased. N_c of strip foundation would be constant when $D/B = 6.5$. Likewise, N_c of circular foundation would be constant when $D/B = 1.5$. In addition, this research has also proposed equations for calculating N_c .

1. บทนำ

การหาลำดับแบกทานที่ปลายด้านล่างของเสาเข็มถูกนำเสนอครั้งแรกโดย Terzaghi (1967) [1] ซึ่งได้รับการยกย่องให้เป็นบิดาวิชาปฐพีกลศาสตร์ โดย Terzaghi ได้เสนอสมการกำลังรับแรงแบกทานของดินเหนียวไว้ดังนี้

$$q = N_c s_u \quad (1)$$

โดย q คือความดันเฉลี่ยแบกทาน (Average Bearing Pressure) ที่ปลายของฐานราก s_u คือกำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำของดินเหนียว (Undrained Shear Strength) N_c คือแฟกเตอร์กำลังแบกทานของฐานราก (End Bearing Capacity Factor)

แฟกเตอร์ N_c ได้มีงานวิจัยจำนวนมากในอดีตได้หาเอาไว้ ในระยะแรกนักวิจัยได้ใช้ค่าจากการทดลองทางประสบการณ์ เช่น งานวิจัยของ Skempton (1951) [2]

Meyerhof (1951 [3], 1963 [4]) ได้ใช้วิธีสมดุลลิมิต (Limit Equilibrium Method) ในการหาค่า N_c ของปัญหาฐานรากยาวต่อเนื่อง (Strip Foundation)

Prandtl (1920 [5], 1921[6]) ได้ค่าผลเฉลยแม่นยำ (Exact Solution) ของปัญหาฐานรากยาวต่อเนื่อง (Strip Foundation) บนดินเหนียวเอาไว้ ซึ่งผลเฉลยที่ได้มีค่าเท่ากับ $(2+\pi)$

Houlsby และ Martin (2003) [7] ได้ใช้วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ของการวิเคราะห์ลิมิต (Finite Element Limit Analysis) วิธีขอบเขตล่าง (Lower Bound) ในการวิเคราะห์หาค่าแฟกเตอร์กำลังแบกทานของของฐานรากวงกลม (Circular Foundation) งานวิจัยของ Houlsby และ Martin ยังไม่ได้พิจารณาวิธีขอบเขตบน (Upper Bound) ทำให้ผลเฉลยที่ยังไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำ (Exact Solution)

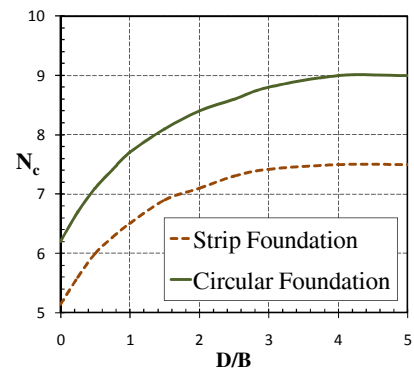
Salgado et al. (2004) [8] ได้ใช้วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ของการวิเคราะห์ลิมิต (Finite Element Limit Analysis) ทั้งขอบเขตบน (Upper Bound) และขอบเขตล่าง (Lower Bound) ในการวิเคราะห์หาค่าแฟกเตอร์กำลังแบกทานของฐานรากต่อเนื่อง (Strip Footing) และฐานรากวงกลม (Circular Foundation) โดยแบบจำลองเป็นแบบสามมิติ ฐานรากวงกลมถูกจำลองเป็นส่วนหนึ่งของรูปครึ่งทรงกลม มีหน้าตัดคล้ายชิ้นขนมเค้กที่มีมุม 15 องศา

Edwards et al. (2005) [9] ได้ใช้วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ (Finite Element Method) ในการหาค่า N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่องและฐานรากวงกลม แต่ค่าที่ได้เป็นเพียงผลเฉลยของฐานรากตื้นที่มีอัตราส่วนความลึก (D) ต่อความกว้าง (B) น้อยกว่า 5 เท่านั้น

สำหรับหนังสือการออกแบบฐานรากต่างๆไป เช่น หนังสือของ Das (1990) [10] Salgado (2008) [11] และ Bowles (2001) [12] ก็ยังไม่ได้นำเสนอค่า N_c

สำหรับปัญหาการออกแบบทุกกรณีของฐานรากทั้งตื้นและลึกที่มีอัตราส่วนความลึกต่อความกว้างที่มากกว่า 5

ในทางปฏิบัติ กำลังแบกทานที่ปลายฐานรากที่ฝังในความลึกต่างๆนิยมใช้วิธีเชิงประสบการณ์ของ Skempton (1951) [2] ซึ่งค่ากำลังแบกทานที่ปลายของฐานราก (N_c) มีค่าเพิ่มขึ้นไม่เชิงเส้นกับอัตราส่วนความลึกต่อความกว้างของฐานราก เริ่มจากที่อัตราส่วนความลึกต่อความกว้างเท่ากับ 0 จะมีค่าประมาณ 5.14 ของฐานรากต่อเนื่องและประมาณ 6.2 ของฐานรากวงกลม เมื่ออัตราส่วนความลึกต่อความกว้างเพิ่มขึ้น ค่า N_c ก็จะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ มีค่าคงที่ประมาณ 7.5 ของฐานรากต่อเนื่องและประมาณ 9 ของฐานรากวงกลม เมื่อฐานรากมีอัตราส่วนความลึกต่อความกว้างเท่ากับ 5 หากอัตราส่วนความลึกต่อความกว้างมากกว่านี้ ค่า N_c ก็จะมีค่าคงที่แม้ความลึกจะเพิ่มขึ้นก็ตาม ดังที่แสดงในรูปที่ 1 อย่างไรก็ตามผลเฉลยดังกล่าวยังมีความไม่แน่นอนอยู่มากและเป็นเพียงค่าจากวิธีเชิงประสบการณ์เท่านั้น



รูปที่ 1 แฟกเตอร์กำลังแบกทานจากวิธีเชิงประสบการณ์ของ Skempton (1951) [2]

2. วิธีการวิเคราะห์และการกำหนดแบบจำลองของปัญหา

งานวิจัยนี้ใช้โปรแกรมไฟไนต์อิลิเมนต์ Plaxis 2D โดย Brinkgreve et al. (2002 [13], 2007[14]) ในการจำลองและวิเคราะห์หาผลเฉลยของปัญหา

2.1 แบบจำลองของดินเหนียว

การวิเคราะห์ไฟไนต์อิลิเมนต์จำลองให้ดินเหนียวเป็นอิลิเมนต์แบบปริมาตรสองมิติ ซึ่งมีคุณสมบัติวัสดุแบบ

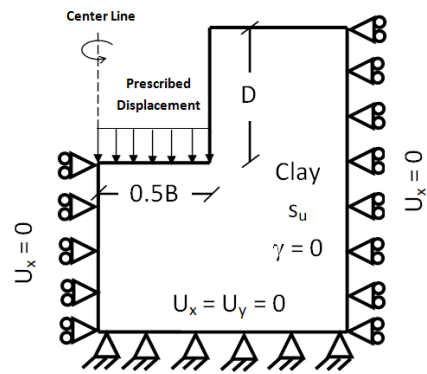
มอร์-คูลอมบ์ อัตราส่วนโมดูลัสของยังต่อกำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำของดินเหนียว (E/s_u) = 500 กำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำ (s_u) มุมเสียดทานภายใน (ϕ) = 0 มุมขยายตัวเชิงปริมาตร (ψ) = 0 อัตราส่วนของปัวซอง (ν) = 0.495 ซึ่งเป็นคุณสมบัติทางกลศาสตร์ของดินเหนียวแบบไม่ระบายน้ำหรือไม่มีการเปลี่ยนแปลงเชิงปริมาตร และดินเหนียวเป็นดินแบบไม่มีหน่วยน้ำหนักหรือ (Weightless Soil), $\gamma = 0$ การกำหนดให้ดินไม่มีหน่วยน้ำหนักเพื่อจะหาค่ากำลังแบกทานซึ่งไม่มีผลของหน่วยน้ำหนักและอิทธิพลของน้ำหนักบรรทุก (Surcharge Factor) ดังนั้น ค่าแฟกเตอร์กำลังแบกทานที่ปลายของฐานรากจะเป็นผลจากอิทธิพลของความลึกเท่านั้น ไม่ขึ้นอยู่กับหน่วยน้ำหนักของดินดังที่แสดงในรูปที่ 2

2.2 เงื่อนไขการเคลื่อนตัวและหน่วยแรงที่ขอบเขต

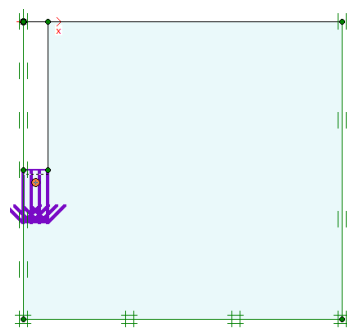
สำหรับปัญหาฐานรากยาวต่อเนื่อง (Strip Foundation) แบบจำลองเป็นแบบระนาบความเครียด (Plane Strain) แบบจำลองจะถูกจำลองเพียงครึ่งเดียวของความกว้าง $0.5B$ เนื่องจากระนาบสมมาตร (Symmetry) ขอบล่างของแบบจำลองไม่มีการเคลื่อนที่ทั้งแนวราบและแนวตั้ง ขอบซ้ายสุดและขอบขวาสุดไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวราบ ขอบด้านบนของแบบจำลองตรงความลึก, D เป็นแบบเคลื่อนที่อิสระ (Free Surface) ซึ่งเกิดจากการสมมติให้มีช่องว่าง (Gap) เพียงเล็กน้อยระหว่างฐานรากกับดินเหนียว ในส่วนของความดันกระทำใต้ฐานรากถูกจำลองเป็นความดันที่เกิดจากการเคลื่อนตัวหรือ Prescribed Displacement มีค่ามากจนกระทั่งความดันใต้ฐานรากมีค่าคงที่และปัญหาเข้าสู่สภาพวิบัติ

สำหรับปัญหาฐานรากวงกลม (Circular Foundation) แบบจำลองจะถูกจำลองเพียงส่วนหนึ่งของรูปเต็มทรงกระบอกหรือ 1 เรเดียน (Radian) เนื่องจากมีการสมมาตรรอบแกน (Axisymmetry) ผลเฉลยของแรงที่ได้ต้องคูณด้วย 2π จึงจะได้ผลเฉลยแรงวิบัติของรูปทรงกระบอกแบบสามมิติ สำหรับเงื่อนไขการเคลื่อนตัว

และเงื่อนไขแรงกดทับเป็นเหมือนปัญหาฐานรากยาวต่อเนื่องทั้งหมด ผิวสัมผัสระหว่างดินเหนียวและแรงที่เกิดจากการเคลื่อนตัว (Prescribed Displacement) เป็นแบบหยาบสมบูรณ์ (Rough Surface) โดยมีค่าแฟกเตอร์การยึดเกาะ (α) เท่ากับ 1 แฟกเตอร์การยึดเกาะมีนิยามคือ $\alpha = S_{ui} / S_u$ โดย S_{ui} คือกำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำที่ผิวสัมผัสระหว่างดินและแรงที่เกิดจากการเคลื่อนตัว รายละเอียดทั้งหมดแสดงอยู่ในรูปที่ 2 และ 3



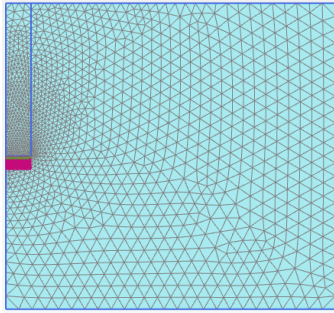
รูปที่ 2 แบบจำลองในการหาแฟกเตอร์กำลังแบกทานของฐานราก



รูปที่ 3 แบบจำลองในการหาแฟกเตอร์กำลังแบกทานของฐานรากด้วยโปรแกรม Plaxis

2.3 โครงข่ายไฟไนต์เอลิเมนต์

แบบจำลองเป็นแบบระนาบความเครียด (Plane Strain) และแบบสมมาตรรอบแกน (Axisymmetry) ชั้นส่วนดินเป็นชั้นส่วนรูปสามเหลี่ยมแบบมี 15 จุดต่อ (Node) และหน่วยแรงภายในชั้นส่วน 12 จุด (Stress Points) การแบ่งโครงข่ายออกเป็นชั้นส่วนย่อยใช้แบบละเอียดสูงสุด (Very Fine) ดังที่แสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 ตัวอย่างโครงข่ายไฟไนต์อิลิเมนต์

2.4 ตัวแปรที่ศึกษา

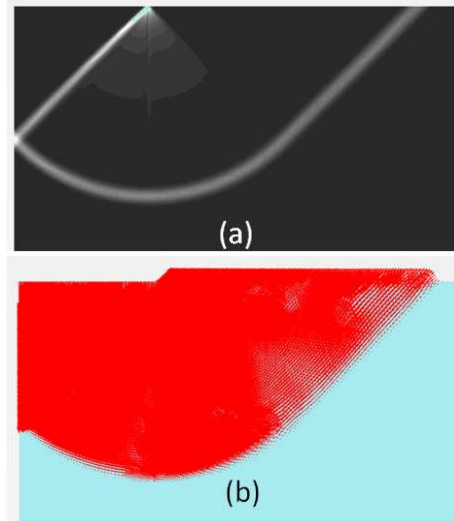
ตัวแปรป้อนเข้าของการวิเคราะห์ไฟไนต์อิลิเมนต์ คือ อัตราส่วนความลึก (D) ต่อความกว้าง (B) หรือ D/B โดยค่า D/B ที่งานวิจัยนี้ศึกษามีทั้งหมด 20 ค่า ตั้งแต่ D/B = 0 - 8

ผลเฉลยแบบตัวแปรไร้มิติที่ได้จากวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ คือ แฟกเตอร์กำลังแบกทานของฐานราก (End Bearing Capacity Factor), $N_c = q/S_u$ โดยที่ q คือ ความดันเฉลี่ยใต้ฐานราก

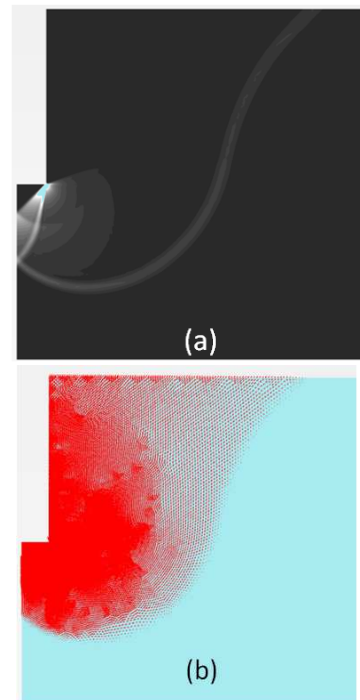
ผลตัวแปรไร้มิติเป็นฟังก์ชันของตัวแปรป้อนเข้าคือ $N_c = f(D/B)$

3. ผลการวิเคราะห์

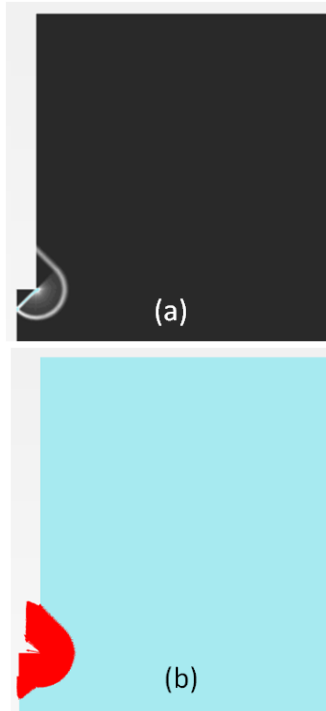
รูปที่ 5-7 แสดงตัวอย่างกลไกการวิบัติของปัญหาฐานรากยาวต่อเนื่อง (Strip Foundation) ผลกลไกการวิบัติประกอบด้วยเส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือน (Incremental Shear Strain Contour) และเวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้น (Total Increment Vector) เปรียบเทียบระหว่างสามกรณีคือ D/B = 0, 3 และ 7 ตามลำดับ โดยที่ D/B = 0 คือการวิบัติกรณีที่ฐานรากไม่ได้ฝังอยู่ในดินหรือเป็นฐานรากตื้น



รูปที่ 5 (a) เส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือนและ (b) เวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นของฐานรากยาว ต่อเนื่อง ที่ D/B = 0

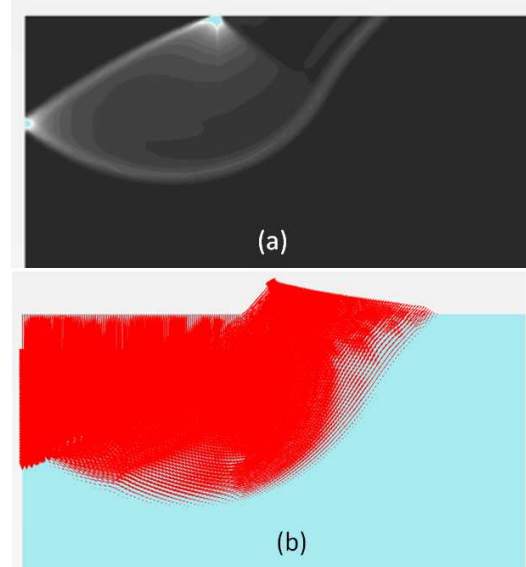


รูปที่ 6 (a) เส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือนและ (b) เวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นของฐานรากยาว ต่อเนื่อง ที่ D/B = 3

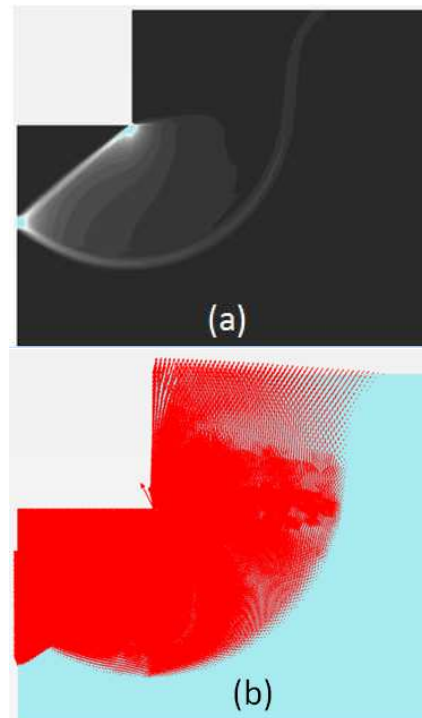


รูปที่ 7 (a) เส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือนและ
(b) เวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นของฐานรากยาว
ต่อเนื้อ ที่ $D/B = 7$

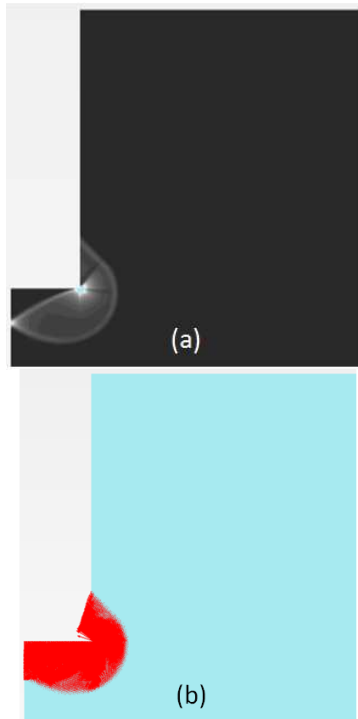
ในส่วนของตัวอย่างกลไกการวิบัติที่ $D/B = 0$ และ 3 จากในรูปที่ 5 และ 6 เส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือน เริ่มจากตรงมุมของฐานราก และขยายไปเรื่อยๆ มีลักษณะคล้ายใบพัดและขยายตัวสูงขึ้นเรื่อยๆ ทางด้านขวาของใบพัดจนไปแตะที่ผิวดิน แตกต่างกับที่ $D/B = 7$ จากในรูปที่ 7 ที่เส้นขอบเขตการวิบัติไม่ขยายสูงขึ้นไปแตะที่ผิวดิน แต่กลับมาแตะที่ตรงส่วนสัมผัสระหว่างฐานรากและดินแทน ซึ่งจากผลการวิเคราะห์ทั้งหมด ผู้เขียนพบว่า ตั้งแต่ที่ $D/B = 6.5$ หรือที่ D/B มากกว่า 6.5 เป็นต้นมา เส้นการวิบัติหรือรอยเฉือนจะไปแตะที่ส่วนสัมผัสระหว่างฐานรากและดินทั้งหมดซึ่งแตกต่างจากกรณีอื่นๆ ที่ D/B น้อยกว่า 6.5 สำหรับกลไกการวิบัติของฐานรากยาวต่อเนื่องแบบเวกเตอร์ การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นก็มีลักษณะเดียวกันกับกลไกการวิบัติแบบเส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือน โดยเมื่อ D/B มากกว่า 6.5 เส้นการเคลื่อนตัวก็จะไปแตะที่ส่วนสัมผัสระหว่างฐานรากและดินเช่นกัน



รูปที่ 8 (a) เส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือนและ
(b) เวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นของฐานรากวงกลม
ที่ $D/B = 0$



รูปที่ 9 (a) เส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือนและ
(b) เวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นของฐานรากวงกลม ที่
 $D/B = 0.5$



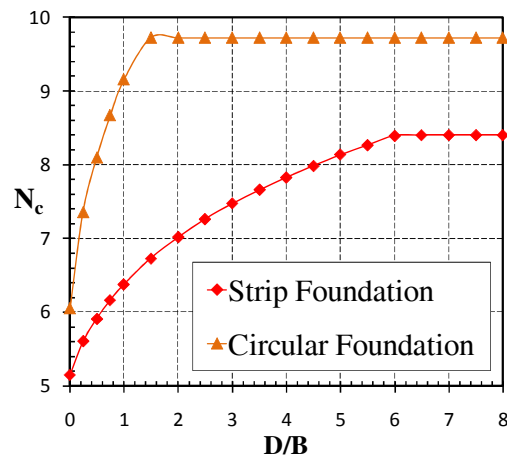
รูปที่ 10 (a) เส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือนและ (b) เวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นของฐานรากวงกลม ที่ $D/B = 2$

รูปที่ 8-10 แสดงตัวอย่างกลไกการวิบัติของปัญหา ฐานรากวงกลม (Circular Foundation) ผลกลไกการวิบัติ ประกอบด้วยเส้นการเพิ่มขึ้นของความเครียดเฉือน และ เวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นเปรียบเทียบระหว่างสามกรณี คือ $D/B = 0, 0.5$ และ 2 ตามลำดับ โดยที่ $D/B = 0$ คือ การวิบัติกรณีที่ฐานรากไม่ได้ฝังอยู่ในดิน หรือเป็นฐานรากตื้น

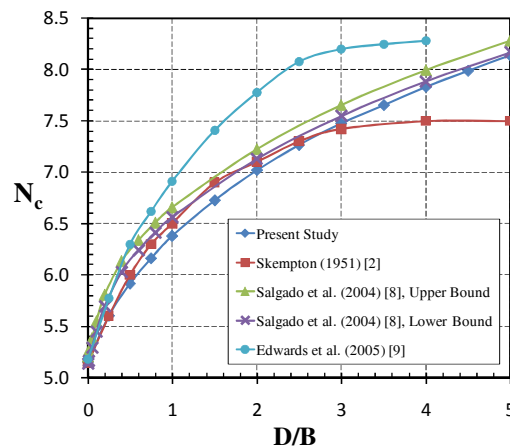
สำหรับกลไกการวิบัติของฐานรากวงกลมมีลักษณะ คล้ายของฐานรากยาวต่อเนื่อง โดยมีลักษณะคล้ายรูปพัดที่ ขยายไปและที่ผิวดินเหมือนกันดังที่แสดงในรูปที่ 8 และ 9 และเมื่อ $D/B = 1.5$ เส้นขอบเขตการวิบัติจะไม่ขยาย สูงขึ้นไปและที่ผิวดินแต่กลับมาและที่ตรงส่วนสัมผัส ระหว่างฐานรากและดินแทนดังที่แสดงในรูปที่ 10 เมื่อ D/B มากกว่า 1.5 เส้นการเคลื่อนตัวก็จะไปและที่ส่วน สัมผัสระหว่างฐานรากและดินเช่นกัน

รูปที่ 11 แสดงค่าแฟกเตอร์กำลังแบกทานหรือ N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่องมีค่าเท่ากับ 5.146 ที่ $D/B = 0$ ซึ่งมี ค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำ (Exact Solution) ของ

Prandtl (1920 [5], 1921 [6]) ที่ $D/B = 0$ มีค่าเท่ากับ 5.14159 หรือ $(2+\pi)$ เมื่อ D/B มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า N_c ก็จะ เพิ่มขึ้นตามไปด้วย และเมื่อค่า $D/B = 6.5$ ค่า N_c จะมี ค่าคงที่เท่ากับ 8.4 ดังที่แสดงในรูปที่ 11 สำหรับฐานราก วงกลม ค่า N_c ที่ $D/B = 0$ มีค่าเท่ากับ 6.056 ซึ่งเมื่อเทียบกับ งานวิจัยของ Edwards et al. (2005) [9] และ Housby และ Martin (2003) [7] พบว่ามีค่าใกล้เคียงกัน มาก โดยค่า N_c ของ Edwards et al. ที่ $D/B = 0$ มีค่า เท่ากับ 6.09 และ N_c ของ Housby และ Martin ที่ $D/B = 0$ มีค่าเท่ากับ 6.052 เมื่อ D/B มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า N_c ก็จะเพิ่มขึ้น ตามไปด้วย และเมื่อค่า D/B มีค่าเท่ากับ 1.5 ค่า N_c ที่ได้ก็ จะมีค่าคงที่เท่ากับ 9.73 ดังที่แสดงในรูปที่ 11



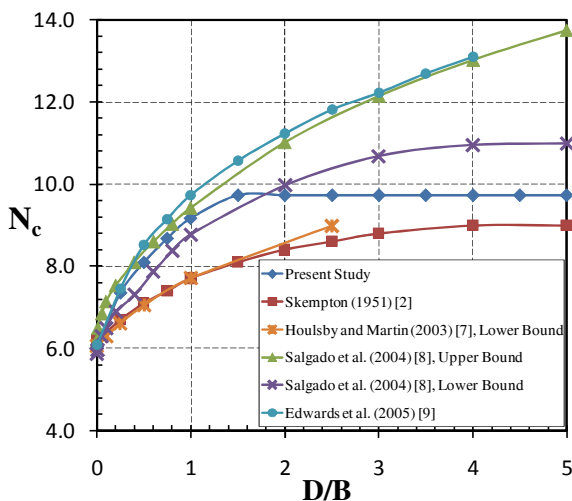
รูปที่ 11 ผลเฉลย N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่องและฐานราก วงกลม ที่ $D/B = 0 - 8$



รูปที่ 12 การเปรียบเทียบค่า N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่อง จากงานวิจัยนี้กับงานวิจัยในอดีต

รูปที่ 12 แสดงการเปรียบเทียบค่า N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่องกับงานวิจัยต่างๆ ในอดีต จากรูปพบว่า ค่า N_c จากการวิเคราะห์ไฟไนต์อิลิเมนต์ในงานวิจัยนี้มีค่าใกล้เคียงกับค่า N_c ของ Salgado et al. (2004) [8] ในทุกๆ กรณีที่ D/B ตั้งแต่ 0 ถึง 5 และใกล้เคียงกับค่า N_c ของ Skempton (1951) [2] ที่ D/B ตั้งแต่ 0 ถึง 2.5

รูปที่ 13 แสดงการเปรียบเทียบค่า N_c ของฐานรากวงกลมกับงานวิจัยต่างๆ ในอดีต จากรูปพบว่า ค่า N_c จากการวิเคราะห์ไฟไนต์อิลิเมนต์ในงานวิจัยนี้มีค่าอยู่ระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างของค่า N_c ของ Salgado et al. (2004) [8] ตั้งแต่ที่ D/B ตั้งแต่ 0 ถึง 1 และมีค่ามากกว่าค่า N_c ของงานวิจัยของ Skempton (1951) [2] กับ Houslyby และ Martin (2003) [7] อยู่ประมาณ 8-20 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 13 การเปรียบเทียบค่า N_c ของฐานรากวงกลมจากงานวิจัยนี้กับงานวิจัยในอดีต

การใช้ผลเฉลยจากสมการทำให้การวิเคราะห์ปัญหาสะดวกและรวดเร็วขึ้น ดังนั้นผู้เขียนจึงได้เสนอสมการผลเฉลยสำหรับหา N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่องและฐานรากวงกลมไว้ดังที่แสดงในสมการที่ (2) ถึง (5) ดังนี้

$$\begin{aligned} &\text{สมการฐานรากยาวต่อเนื่องที่ } D/B \leq 6.5 \\ N_c &= 0.095 \left(\frac{D}{B}\right)^3 - 0.539 \left(\frac{D}{B}\right)^2 + 1.700 \left(\frac{D}{B}\right) + 5.141 \quad (2) \\ &\text{สมการฐานรากยาวต่อเนื่องที่ } D/B > 6.5 \\ N_c &= 8.40 \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{สมการฐานรากวงกลมที่ } D/B \leq 1.5 \\ N_c &= 0.975 \left(\frac{D}{B}\right)^3 - 3.828 \left(\frac{D}{B}\right)^2 + 5.842 \left(\frac{D}{B}\right) + 6.048 \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{สมการฐานรากวงกลมที่ } D/B > 1.5 \\ N_c &= 9.73 \quad (5) \end{aligned}$$

การตรวจสอบความแม่นยำของสมการผลเฉลยที่เสนอ ใช้ Coefficient of Determination (R-squared), R^2 [15], [16] จากสมการที่ (6)

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}} \quad (6)$$

$$\text{โดย } SS_{res} = \sum_{i=1}^n (y_i - f_i)^2$$

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

ดังนั้นค่า R^2 เป็นค่าที่แสดงถึงสัดส่วนหรือร้อยละระหว่างผลเฉลยจากสมการผลเฉลยและผลข้อมูลจากวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ว่ามีความสัมพันธ์กันมากเท่าไร โดยที่ R^2 มีค่าอยู่ระหว่าง 0%-100% ถ้าสมการและข้อมูลมีความสัมพันธ์อย่างดี ค่า R^2 มีค่าใกล้เคียง 100% หรือกล่าวได้ว่า ยิ่งค่า R^2 มีค่ามากและใกล้ 100% สมการผลเฉลยก็มีความแม่นยำสูงมาก

จากการวิเคราะห์หาค่า R^2 พบว่าสมการที่ (2) มีค่า $R^2 = 99.9\%$ และสมการที่ (4) มีค่า $R^2 = 99.8\%$ ใกล้เคียงกับ 100% ซึ่งเป็นกรณีสอดคล้องสมบูรณ์

4. บทสรุป

งานวิจัยนี้ นำเสนอผลเฉลยของแฟกเตอร์กำลังแบกทานของฐานราก ทั้งฐานรากตื้นและฐานรากลึก วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบ 2 มิติถูกนำมาใช้วิเคราะห์เสถียรภาพของปัญหา นี้ โดยใช้เงื่อนไขขระนาบความเครียดสำหรับฐานรากยาวต่อเนื่องและเงื่อนไขสมมาตรรอบแกนสำหรับฐานรากวงกลม กลไกการวิบัติสำหรับฐานรากยาวต่อเนื่องที่มี D/B น้อยกว่า 6.5 และสำหรับฐานรากวงกลมที่มี

D/B น้อยกว่า 1.5 จะมีลักษณะคล้ายใบพัดและขยายตัวสูงขึ้นเรื่อยๆ ทางด้านขวาของใบพัดจนไปแตะที่ผิวดิน ส่วนสำหรับฐานรากยาวต่อเนื่องที่มี D/B มากกว่า 6.5 และสำหรับฐานรากวงกลมที่มี D/B มากกว่า 1.5 เส้นขอบเขตการวิบัติไม่ขยายสูงขึ้น ไปแตะที่ผิวดินแต่กลับมาแตะที่ตรงส่วนสัมผัสระหว่างฐานรากและดินแทน

เมื่อ D/B = 0 แสดงถึงการวิบัติกรณีที่ฐานรากไม่ได้ฝังอยู่ในดิน หรือเป็นฐานรากตื้น ค่าแฟกเตอร์กำลังแบกทานหรือ N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่องมีค่าเท่ากับ 5.146 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact Solution) ของ Prandtl (1920, 1921) [5], [6] ซึ่งมีค่าเท่ากับ 5.142 หรือ $(2+\pi)$ ในทำนองเดียวกัน ที่ D/B = 0 ของฐานรากวงกลม N_c มีค่าเท่ากับ 6.056 ซึ่งเมื่อเทียบกับงานวิจัยของ Edwards et al. (2005) [9] และ Houslsby และ Martin (2003) [7] พบว่ามีค่าใกล้เคียงกันมาก โดยค่า N_c ของ Edwards et al. มีค่าเท่ากับ 6.09 และ N_c ของ Houslsby และ Martin มีค่าเท่ากับ 6.052

เมื่อ D/B มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า N_c ของฐานรากทั้งสองก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วย แต่ค่า N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่องจะเริ่มมีค่าคงที่เมื่อ D/B = 6.5 โดยค่า N_c มีค่าเท่ากับ 8.40 และค่า N_c ของฐานรากวงกลมจะมีค่าคงที่เมื่อ D/B = 1.5 โดยค่า N_c มีค่าเท่ากับ 9.73

ผลการศึกษาในบทความนี้แสดงให้เห็นว่า ค่ากำลังแบกทานที่ปลายของเสาเข็มแบบลึกมากๆ ซึ่งใช้อยู่ในทางปฏิบัติคือ N_c ของ Skempton (1951) [2] โดยวิธีเชิงประสบการณ์คือ $N_c = 7.5$ ของฐานรากยาวต่อเนื่อง และ $N_c = 9$ ของฐานรากวงกลมมีค่าต่ำกว่าผลการศึกษาของงานวิจัยนี้อยู่ประมาณ 8.5% สำหรับฐานรากยาวต่อเนื่อง และ 8.1% สำหรับฐานรากวงกลม ดังนั้น ค่า N_c ของ Skempton ที่ใช้ในทางปฏิบัติอยู่ในเกณฑ์ที่ปลอดภัย (Conservative Side)

สมการผลเฉลยสำหรับหา N_c ของฐานรากยาวต่อเนื่องและฐานรากวงกลมถูกนำเสนอในบทความนี้ด้วยเช่นกัน โดยสมการทั้งสองมีค่า $R^2 = 99.9\%$ สำหรับฐานรากยาวต่อเนื่องและ 99.8% สำหรับฐานรากวงกลม ซึ่งใกล้เคียงกับ 100% ซึ่งเป็นกรณีสอดคล้องสมบูรณ์

เอกสารอ้างอิง

- [1] Terzaghi, K. Theoretical Soil Mechanics. New York: Wiley, USA, 1943.
- [2] Skempton, A. W. The Bearing Capacity of Clays. *Building Research Congress*, London, 1951; 1: 180–189.
- [3] Meyerhof, G. G. The Ultimate Bearing Capacity of Foundations. *Geotechnique*, 1951; 4: 301–332.
- [4] Meyerhof, G. G. Some Recent Research on Bearing Capacity of Foundations. *Can. Geotech. J.* 1963; 1: 16–26.
- [5] Prandtl, L. Über die Härte plastischer Körper, *Nachr. K. Ges. Wiss. Gött. Math Phys., Kl*, 1921; 74–85.
- [6] Prandtl, L. Eindringungsfestigkeit und Festigkeit von Schneiden. *Zeit Angew. Math Mech*, 1921; 1: 15.
- [7] Houslsby, G. T. and Martin, C. M. Undrained Bearing Capacity Factors for Conical Footings on Clay. *Geotechnique*53, 2003; 5: 513–520.
- [8] Salgado, R., Lyamin, A. V., Sloan, S. W. and Yu, H. S. Two and Three-Dimensional Bearing Capacity of Foundations in Clay. *Geotechnique*54, 2004; 5: 297–306.
- [9] Edwards, D. H., dravkovic, L. Z., Potts, D. M. Depth Factors for Undrained Bearing Capacity. *Geotechnique*55, 2005; 10: 755–758.
- [10] Das, B.M. Principle of Foundation Engineering 2nd ed. PWS Kent Publishing Company, USA, 1990.
- [11] Salgado, R. The Engineering of Foundation. McGraw-Hill, USA, 2008.
- [12] Bowles, J.E. Foundation and Analysis Design. The McGraw-Hill Companies, USA, 1996.

- [13] Brinkgreve, R.B.J. PLAXIS 2D Version 8 Manual, A.A. Balkema Publishers, Netherlands, 2002.
- [14] Brinkgreve, R.B.J. PLAXIS 2D Version 8.5 Finite-Element Code for Soil and Rock Analyses: Complete Set of Manuals. R. Brinkgreve, ed., Netherlands, 2007.
- [15] Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., Ye, K. Probability & Statistics for Engineering and Scientists 7th ed. Prentice Hall, New Jersey, USA. 2002.
- [16] Dixon, W.J., Massey F.J. Introduction to Statistical Analysis 3rd ed., McGraw-Hill Book Company, USA.