



การเปรียบเทียบการสั่นสะเทือนของใบเลื่อยวงเดือนโดยวิธีไฟไนต์ เอลิเมนต์ กับแผ่นบางรูปวงแหวนโดยกฎของนิวตัน

The comparison of vibration of circular saw by finite element method with annular plate by Newton's law

รัชพันธ์ รามัญญ์ และ ประสงค์ อิงสุวรรณ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

239 ถนนห้วยแก้ว ตำบลสุเทพ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ 50200

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้นำเสนอการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของใบเลื่อยวงเดือนและแผ่นบางรูปวงแหวนโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ กับแผ่นบางรูปวงแหวน โดยใช้กฎของนิวตันซึ่งมีเงื่อนไขขอบในแบบยึดแน่นและขอบนอกอิสระ โดยใช้รูปร่างของแผ่นบางรูปวงแหวน ซึ่งมีขนาดขอบนอกของแผ่นบางรูปวงแหวน เท่ากับขนาดวงพิทช์ของใบเลื่อยวงเดือน เพื่อเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติของใบเลื่อยวงเดือนโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ กับความถี่ธรรมชาติของแผ่นบางรูปวงแหวนจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และผลเฉลยแบบแม่นยำตรงเชิงทฤษฎีโดยกฎของนิวตัน ซึ่งเปลี่ยนขนาดขอบในเป็นขนาดต่าง ๆ สำหรับวิธีวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป FEMAP/NX Nastran และใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมสามโหนด (ctria3) จากผลการวิเคราะห์พบว่าค่าคลาดเคลื่อนสูงสุดของความถี่ธรรมชาติ 3 โหมดแรกของใบเลื่อยวงเดือนซึ่งวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เทียบกับผลของแผ่นบางรูปวงแหวนจากผลเฉลยแบบแม่นยำตรง และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ มีค่าคลาดเคลื่อน 2.16 เปอร์เซ็นต์ และ 4.65 เปอร์เซ็นต์ตามลำดับ โดยวิเคราะห์ขนาดของขอบใน 76.2 มิลลิเมตร(3 นิ้ว) 101.6 มิลลิเมตร(4 นิ้ว) 127 มิลลิเมตร(5 นิ้ว) 152.4 มิลลิเมตร(6 นิ้ว) 177.8 มิลลิเมตร(7 นิ้ว)

คำสำคัญ : การสั่นสะเทือน, ใบเลื่อยวงเดือน, ไฟไนต์เอลิเมนต์, แผ่นบางรูปวงแหวน, กฎของนิวตัน

Abstract

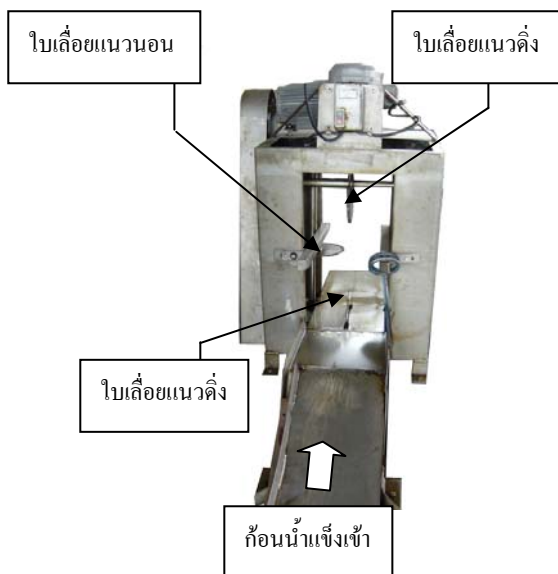
This article presents the vibration analysis of circular saw by Finite Element Method (FEM) and annular plate by FEM and Newton's law. The constraints of models are clamped at the inner edge and free at the outer edge. The study is applied to determine natural frequency of circular saw, in which the circular pitch of the saw presents the outer diameter of annular plate. This study is comparison natural frequency of circular saw by FEM with results of annular plate by FEM and exact solution by Newton's law. The finite element analysis used FEMAP/NX Nastran and mesh with 3-node triangular element (Ctria3). The comparison shows that the results of natural frequency in the 1st to the 3rd modes of circular saw are different from results of annular plate by FEM by 2.16% and different from theoretical results by 3.08%. From inner diameter 76.0 mm.(3 inch), 101.6 mm.(4 inch), 127 mm.(5 inch), 152.4 mm.(6 inch) and 177.8 mm.(7 inch).

Keywords: Vibration, Circular saw, Finite element, annular plate, Newton's law

1. บทนำ

การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับชิ้นส่วนเครื่องจักรหรือโครงสร้างใด ๆ อาจเป็นสาเหตุทำให้เกิดความเสียหายกับชิ้นส่วนหรือโครงสร้างได้ ไม่ว่าจะการสั่นสะเทือนเกิดจากรวมชาติของชิ้นส่วนหรือเกิดจากการกระตุ้นของแรงผันแปรภายนอก ซึ่งหากความถี่ของแรงผันแปรภายนอกตรงกับความถี่ธรรมชาติของชิ้นส่วนหรือโครงสร้างจะทำให้เกิดการสั่นสะเทือนอย่างรุนแรง เป็นผลทำให้เกิดการแตกหักและเสียหายได้ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องควบคุมไม่ให้เกิดการสั่นสะเทือนที่รุนแรงขึ้นในชิ้นส่วนหรือโครงสร้างที่ทำการออกแบบ

ปัจจุบันผู้ผลิตน้ำแข็งชงมือประสบปัญหาเครื่องจักรที่ใช้ในการตัดน้ำแข็งดังรูป 1 เสียหายในส่วใบเลื่อยวงเดือน [1] มีการเสียหายเป็นรอยแตกจากการแอ่นในโหมดการตึง (Tension mode)[2] ดังรูป 2 ซึ่งปัจจัยที่ทำให้เกิดการเสียหายดังกล่าวน่าจะมาจากความถี่ธรรมชาติของใบเลื่อยตรงกับความถี่ในขณะทำงาน จึงเกิดการสั่นพ้อง (Resonance) ในรูปร่างโหมด (Mode shape) ซึ่งได้สอดคล้องกับความเสียหายที่เกิดขึ้น ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้สร้างแบบจำลองของใบเลื่อยวงเดือน และแผ่นบางรูปวงแหวนเพื่อหาความเป็นไปได้ในการใช้รูปร่างแบบง่ายในการหาความถี่ธรรมชาติของใบเลื่อยวงเดือน



รูป 1 เครื่องตัดน้ำแข็งชุดเลื่อยผ่าข้าง



รูป 2 การเสียหายของใบเลื่อยวงเดือน

2. การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน

บทความนี้ได้เปรียบเทียบการนำรูปร่างของแผ่นบางรูปวงแหวนมาทำนายความถี่ธรรมชาติของใบเลื่อยวงเดือน โดยใช้ระยะวงพิทซ์ของใบเลื่อยวงเดือนเป็นระยะขอบนอกของแผ่นบางรูปวงแหวน ซึ่งจะหาความถี่ธรรมชาติของใบเลื่อยวงเดือนโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และหาความถี่ธรรมชาติของแผ่นบางรูปวงแหวนโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และเชิงทฤษฎีเพื่อหาผลเฉลยแบบแม่นยำในการเปรียบเทียบ

2.1 การวิเคราะห์เชิงทฤษฎี

ผลเฉลยแบบแม่นยำของความถี่ธรรมชาติของแผ่นบางรูปวงแหวนสามารถหาได้จากการนำสมการอนุพันธ์ของการสั่นสะเทือนแบบอิสระ และสมมติให้การเคลื่อนที่เป็นแบบฮาร์โมนิก จะจัดรูปใหม่ได้สมการสำหรับหาความถี่ธรรมชาติ ดังนี้

$$\omega_{n,0} = \frac{\Omega_{n,0}}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \tag{1}$$

เมื่อ n คือ โหนดเส้นผ่านศูนย์กลาง

Ω คือ สัมประสิทธิ์ความถี่ธรรมชาติ

- ω คือ ความถี่ธรรมชาติ
- a คือ รัศมีขอบนอกของแผ่นวงแหวน
- ρh คือ มวลของวัตถุต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่
- D คือ ค่าความแกร่งของแผ่นบาง

โดยค่าสัมประสิทธิ์ความถี่ธรรมชาติ (Ω) เป็นค่าที่ได้มาจากการแก้สมการอนุพันธ์ของการสั่นสะเทือนแบบอิสระของอัตราส่วนขนาดขอบใน และขอบนอกต่าง ๆ โดยค่าสัมประสิทธิ์ความถี่ธรรมชาติ S.A.Vera et al. [4] ได้แสดงผลใน 3 โหมดแรก

2.2 การวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหาทางวิศวกรรมที่มีความยุ่งยากซับซ้อนในการหาคำตอบและสมการไฟไนต์ของการวิเคราะห์การสั่นแบบอิสระ[3] คือ

$$([k] - \lambda[m]) = \{0\} \quad (2)$$

โดยที่ $[k]$ คือ เมทริกซ์ค่าวัสดุ, $[m]$ คือ เมทริกซ์มวล และ λ คือ ค่าเจาะจง (ω^2) หรือกำลังสองของความถี่ธรรมชาติ

การวิจัยนี้ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป FEMAP/NX Nastran ในการวิเคราะห์ โดยได้แบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ส่วน คือ ใบเลื่อยวงเดือน และแผ่นบางรูปวงแหวน โดยสร้างแบบจำลองใบเลื่อยวงเดือนในโปรแกรม Solid works และที่ขอบในจะกำหนดให้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางขนาดต่าง ๆ ดังนี้ 76.2 มิลลิเมตร(3 นิ้ว) 101.6 มิลลิเมตร(4 นิ้ว) 127 มิลลิเมตร(5 นิ้ว) 152.4 มิลลิเมตร(6 นิ้ว) 177.8 มิลลิเมตร(7 นิ้ว) โดยมีเงื่อนไขขอบในเป็นแบบยึดแน่น

กำหนดคุณสมบัติของแผ่นบางมีคุณสมบัติทางกลเหมือนกันในทุกทิศทาง โมดูลัสของยัง 213 จิกะปาสคาล ความหนาแน่น 7695 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร อัตราส่วนปัวซอง 0.3 หนา 2 มิลลิเมตร และแบ่งแบบจำลอง (Mesh) โดยการกำหนดเอลิเมนต์ให้มีขนาด 0.2 โดยใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยม 3 โหนด (ctria3) ดังรูป 3

สำหรับการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ของแผ่นบางรูปวงแหวน เริ่มจากสร้างแบบจำลอง 2 มิติ ในโปรแกรม FEMAP/NX Nastran ให้เป็นรูปวงแหวนมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวงในขนาดต่าง ๆ ดังนี้ 76.2 มิลลิเมตร(3 นิ้ว) 101.6 มิลลิเมตร(4 นิ้ว) 127 มิลลิเมตร(5 นิ้ว) 152.4 มิลลิเมตร(6 นิ้ว) 177.8 มิลลิเมตร(7 นิ้ว)และเส้นผ่านศูนย์กลางวงนอก 292 มิลลิเมตร ความหนา 2 มิลลิเมตร กำหนดเงื่อนไขขอบเป็นแบบยึดแน่นที่ขอบใน กำหนดคุณสมบัติของวัสดุ และแบ่งแบบจำลองเป็นเช่นเดียวกับใบเลื่อยวงเดือน ดังรูป 3

ID	ใบเลื่อยวงเดือน	แผ่นบางรูปวงแหวน
3"	